

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NAYARIT
POSGRADO EN CIENCIAS BIOLÓGICO AGROPECUARIAS



**MODELOS ESTOCÁSTICOS DE PRODUCCIÓN DE UN SISTEMA DE
RECIRCULACIÓN ACUAPONICO PARA EL CULTIVO DE TILAPIA, LECHUGA Y
PEPINO.**

NALLELY ESTRADA PÉREZ

Tesis presentada como requisito parcial para la obtención del grado de:
Maestría en Ciencias Biológico Agropecuarias en el Área de Ciencias Pesqueras

Xalisco, Nayarit, Julio de 2016



CBAP/126/16.

Xalisco, Nayarit, 29 de junio de 2016.

ING. ALFREDO GONZÁLEZ JÁUREGUI
DIRECTOR DE ADMINISTRACIÓN ESCOLAR
P R E S E N T E.

Con base al oficio de fecha 26 de junio del presente, enviado por los CC. **Dr. Javier Marcial de Jesús Ruíz Velazco Arce, Dr. Alfredo Hernández Llamas, Dra. Cecilia Rocío Juárez Rosete, Dra. Elia Cruz Crespo y Dr. Oscar Iram Zavala Leal**, donde se indica que el trabajo de tesis cumple con lo establecido en forma y contenido, y debido a que ha finalizado con los demás requisitos que establece nuestra institución, se autoriza a la **C. Nallely Estrada Pérez**, continúe con los trámites necesarios para la presentación del examen de grado de Maestría en Ciencias Biológico Agropecuarias en el Área de Ciencias Pesqueras.

Sin más por el momento, reciba un cordial saludo.

Atentamente
"Por lo Nuestro a lo Universal"



Dr. Diego García Paredes
Coordinador del Posgrado



C.c.p.- Expediente

&mfms

DR. J. DIEGO GARCÍA PAREDES

COORDINADOR DEL POSGRADO (CBAP)


PRESENTE

Los suscritos integrantes del Cuerpo Tutorial para asesorar la Tesis titulada: Modelos estocásticos de producción de un sistema de recirculación acuapónico para el cultivo de tilapia, lechuga y pepino; que presenta la C. Ing. Nallely Estrada Pérez para obtener el Grado de Maestra en Ciencias con opción terminal en Ciencias Pesqueras, damos nuestra aprobación para que continúe con los trámites correspondientes para la obtención de su grado.

ATENTAMENTE


Dr. Javier Marcial de Jesús Ruiz Velasco Arce
Director


Dr. Alfrida Hernández Cifuentes
Co-director


Dra. Cecilia Rocío Juárez Rosete
Asesora


Dr. Elvia Guzmán
Asesora


Dr. Oscar Iván Zavala Leal
Asesor

DEDICATORIA

A "Jah" Dios por esta nueva experiencia, dándome todo lo que se necesita para concluir satisfactoriamente y feliz, permitiéndome llegar a este momento especial.

A mi familia que son y serán una parte importante en mi vida. Mis padres "Lorenzo Estrada Ortiz y Esther Alicia Pérez Martínez", gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí y me han dado lo que soy como persona, mis valores, mis principios, mi carácter, mi perseverancia, mi coraje para conseguir mis objetivos. Mis hermanos, que estuvieron presentes en el desarrollo total de mi tesis y quienes han creído en mí siempre.

A mis amigos, que siempre estuvieron al pendiente de mí, apoyándome con sus palabras de aliento.

AGRADECIMIENTOS

A mis mejores maestros Dr. Alfredo Hernández Llamas y Dr. Javier Marcial de Jesús Ruiz Velazco Arce, parte importante en esta etapa de mi formación profesional.

A mi director Dr. Javier Marcial de Jesús Ruiz Velazco Arce por permitirme participar en una de sus investigaciones, por creer en mí y darme su valioso tiempo, atenciones, enseñanzas y consejos en un marco de confianza, respeto, afecto y amistad, y sobre todo de apoyo incondicional.

A mi codirector Dr. Alfredo Hernández Llamas, por su generosidad al brindarme la oportunidad de recurrir a su capacidad y experiencia al transmitirme sus conocimientos, con paciencia y comprensión, siempre al pendiente en cualquier momento con sus atenciones y palabras de motivación.

Al comité tutorial Dr. Irám Zavala Leal, Dra. Elia Cruz Crespo y Dra. Cecilia Rocio Juárez Rosete, por sus consejos, críticas y aportaciones en cada evaluación, gracias a ello me han ayudado a cumplir mis objetivos.

Al CONACYT y PROMEP instituciones que financiaron en sus distintos rubros.

Al coordinador del posgrado de Ciencias Biológicas Agropecuarias y Pesqueras, Dr. Juan Diego Paredes por su disponibilidad y ayuda.

ÍNDICE O CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS	viii
INDICE DE TABLAS	xi
I. INTRODUCCIÓN	1
II. OBJETIVOS	3
2.1 Objetivo General	3
2.1.1 Objetivos específicos	3
III. REVISIÓN DE LA LITERATURA	4
3.1 Modelos de crecimiento de peces	4
3.2 Modelos de crecimiento de plantas	6
IV. MATERIALES Y MÉTODOS	10
4.1 Base de datos	10
4.1.1 Módulos acuicola e hidropónico	10
4.1.2 Módulo acuicola	11
4.1.3 Módulo hidropónico	11
4.2 Modelos de producción	12
4.2.1 Modelo de producción de tilapia	12
4.2.2 Modelo de producción de lechuga y pepino	13
4.2.3 Modelo de producción del fruto de pepinos	13
4.2.4 Estimación de parámetros	13
4.3 Modelos de parámetros de producción en función de variables calidad de agua y de manejo	14
4.4 Capacidad predictiva de los modelos	15
4.5 Elementos estocásticos	15
4.6 Manejo de la densidad y análisis de incertidumbre en la producción	16
4.7 Análisis de sensibilidad	17
V. RESULTADOS	18
5.1 Modelo de producción de tilapia	19
5.2 Modelos de producción de lechuga y pepino	20

5.3	Modelos de parámetros de producción en función de variables de calidad de agua y de manejo.....	22
5.4	Análisis de varianza de las concentraciones de nutrientes	24
5.5	Capacidad predictiva de los modelos de producción	24
5.6	Manejo de la densidad	27
5.7	Incertidumbre en la producción	30
5.8	Análisis de sensibilidad	35
VI.	DISCUSIÓN.....	38
6.1	Tilapia.....	40
6.2	Plantas	45
6.2.1	Lechuga	45
6.2.2	Pepino	50
VII.	CONCLUSIONES.....	53
VIII.	REFERENCIAS O LITERATURA CITADA.....	54

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Curvas de crecimiento de tilapia ajustadas para diferentes densidades de siembra 30, 60 y 90 organismos m^{-3}	19
Figura 2. Temperatura promedio del agua de los tanques de tilapia durante el cultivo.....	20
Figura 3. Curvas ajustadas de crecimiento de plantas de lechuga correspondientes a diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos m^{-3}).....	21
Figura 4. Curvas de crecimiento ajustadas de pepinos correspondientes a diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos m^{-3}).....	21
Figura 5. Relación entre la biomasa observada y la calculada de tilapia usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de regresión de la Tabla 4.....	25
Figura 6. Relación entre la longitud observada y la calculada de lechuga usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de la regresión de la Tabla 5.....	25
Figura 7. Relación entre la longitud observada y la calculada de la planta de pepino usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de la regresión de la Tabla 6.....	26
Figura 8. Relación entre la biomasa observada y la calculada del fruto del pepino usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de la regresión de la Tabla 7.....	27
Figura 9. Predicción de la producción de tilapia en función de la densidad de siembra y del tiempo.....	28

Figura 10. Predicción de la longitud de la planta de lechuga en función de la densidad de siembra de tilapia y del tiempo.....	28
Figura 11. Predicción de la longitud de la planta de pepinos en función de la densidad de siembra de tilapia y del tiempo.....	29
Figura 12. Biomasa del fruto del pepino en función de la densidad de siembra de tilapia.....	29
Figura 13. Producción obtenible de tilapia a diferentes densidades de siembra.....	30
Figura 14. Longitud obtenible de la planta de lechuga para diferentes densidades de siembra de tilapia.....	31
Figura 15. Longitud obtenible de la planta de pepino para diferentes densidades de siembras de tilapia.....	31
Figura 16. Producción obtenible del fruto del pepino para diferentes densidades de siembra de tilapia.....	32
Figura 17. Distribución de frecuencias de biomásas de tilapia. Se indican los intervalos de 95% de confianza para densidades de siembra de peces de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b).	33
Figura 18. Distribución de frecuencias de longitudes finales de lechuga. Se indican los intervalos de 95% de confianza para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b).	33
Figura 19. Distribución de frecuencias de longitudes finales de la planta de pepino. Se indican los intervalos de 95% para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b).	34
Figura 20. Distribución de frecuencias de biomásas de fruto de pepino. Se indican los intervalos de 95% de confianza para densidades de siembra de peces de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b).	34

Figura 21. Análisis de sensibilidad de la producción de tilapia a parámetros de producción y variables de la calidad del agua para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). OD, oxígeno disuelto; m , tasa absoluta de crecimiento; z , tasa instantánea de mortalidad; L , parámetro de la ecuación de crecimiento; S , parámetro de la ecuación de crecimiento; CE, conductividad eléctrica; C , parámetro de la ecuación de crecimiento y T , temperatura 35

Figura 22. Análisis de sensibilidad de la longitud de lechuga a parámetros de producción y variables de la calidad del agua para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). L_f , longitud final; NO_2 , nitritos; CE, conductividad eléctrica; k , constante de crecimiento; T , temperatura y pH, potencial de hidrógeno.36

Figura 23. Análisis de sensibilidad de la longitud de la planta de pepino a parámetros de producción y variables de la calidad de agua para densidades de siembras de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). L_f , residuales de longitud final de la planta de pepino; NH_4 , amonio; k , residuales de la constante de crecimiento; y T , temperatura..... 37

Figura 24. Análisis de sensibilidad de la producción de fruto de pepino a parámetros de producción y variables de la calidad del agua para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). NH_4 , amonio, B , biomasa y z , tasa instantánea de mortalidad. 37

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Pesos finales de <i>O. niloticus</i> a diferentes densidades de cultivo	18
Tabla 2. Valores de las variables de la calidad del agua del cultivo de <i>O. niloticus</i>	18
Tabla 3. Valores de calidad de agua de los dos ciclos de producción de los cultivos de <i>Cucumis sativus</i> var. Carolina y <i>Lactuca sativa</i> , var. Parris Island.....	19
Tabla 4. Relaciones entre parámetros del modelo de producción de tilapia <i>Oreochromis niloticus</i> y variables de calidad del agua y de manejo (densidad).....	22
Tabla 5. Relaciones entre parámetros del modelo de producción de lechuga (<i>Lactuca sativa</i> , var. Parris Island) y variables de calidad del agua y de manejo (densidad)	23
Tabla 6. Tabla 6. Relaciones entre parámetros del modelo de producción de pepino (<i>Cucumis sativus</i> var. Carolina) y variables de la calidad del agua y de manejo (densidad)	23
Tabla 7. Relaciones entre la biomasa del fruto de pepino (<i>Cucumis sativus</i> var. Carolina) y el amonio, y entre éste y la densidad	24
Tabla 8. Análisis de varianza de la concentración de nutrientes a las distintas densidades de siembra de tilapia	24

ÍNDICE DE SÍMBOLOS Y/O ABREVIACIONES

a_r	Coefficientes de regresión
b_t	Biomasa de la tilapia en función del tiempo
c	Tiempo para la semana en que se realiza la cosecha
C	Amplitud que hay en las variaciones del peso alrededor de la tendencia lineal
CE	Conductividad Eléctrica
CV	Coefficiente de variación
D	Densidad
k	Velocidad a la cual el peso cambia de su valor inicial a su valor final
L	Duración del periodo transcurrido entre los momentos en que se presentan las máximas (o mínimas) desviaciones del peso respecto a la recta
L_f	Longitud final
L_i	Longitud inicial
m	Tasa de crecimiento (absoluta) por unidad de tiempo.
n_0	Número de individuos al momento de la siembra
n_f	Número de individuos al momento de la cosecha
n_t	Número de organismos sobrevivientes
NH_4^+	Amonio
NO_2^-	Nitritos
NO_3^-	Nitratos
OD	Oxígeno disuelto
pH	Potencial de hidrógeno
PO_4	Fosfatos
Q_e	Valor estocástico que puede adquirir el parámetro

<i>r</i>	Valor residual de los parámetros de los modelos de producción
<i>S</i>	Ajuste en el tiempo
<i>T</i>	Temperatura
<i>t_c</i>	Tiempo de cosecha
<i>w_i</i>	Peso inicial al momento de la siembra
<i>w_j</i>	Peso individual de los organismos
<i>z</i>	Tasa instantánea de mortalidad

RESUMEN

Se desarrollaron tres modelos de producción que incorporan elementos estocásticos para la predicción y análisis de la producción de tilapia (*Oreochromis niloticus*), lechuga (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) y pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina) en un sistema de recirculación acuapónico bajo condiciones de invernadero. Para el desarrollo de los modelos, se utilizó una base de datos de un experimento, el cual se llevó a cabo en nueve sistemas acuapónicos independientes con diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos m^{-3}), y con dos ciclos de producción de plantas y uno de peces. Las plantas de lechuga y pepino se mantuvieron en canales de cultivo utilizando la Técnica de Flujo de Nutrientes (TFN). Se utilizó un modelo de "inventario" para predecir la producción de tilapia, analizando la dependencia de los valores de los parámetros del modelo de crecimiento y de supervivencia con las variables de calidad de agua (oxígeno disuelto, pH, temperatura, conductividad eléctrica, amonio, nitritos, nitratos y fosfatos) y de manejo (densidad de siembra de la tilapia).

Se utilizaron los modelos de producción y ecuaciones de regresión múltiple para predecir, en función de la densidad de tilapia y del tiempo, la biomasa de tilapia y la longitud de las plantas. Los resultados indicaron que la mayor densidad de siembra del cultivo de tilapia (90 organismos m^{-3}) fue el principal factor que permite explicar y predecir la mayor producción en tilapia (49.85 $kg\ m^{-3}$) y mayores tallas en lechuga (22.32 cm) y pepino (238.14 cm), así como el mayor rendimiento (1.64 $kg\ m^{-2}$) de fruto de pepino. Así mismo, se observó una disminución en la tasa de crecimiento de la tilapia cuando la temperatura disminuyó de 31 °C hasta 21 °C.

Los resultados de regresiones lineales entre los valores de rendimiento y talla observados y los calculados con los modelos de producción indicaron que la capacidad predictiva de los modelos es satisfactoria. Se encontró que el aumento de la densidad produjo un incremento en la incertidumbre (coeficiente de variación) de la producción de tilapia, y una disminución en la de la longitud de las plantas. Un

análisis de sensibilidad indicó que, en general, la producción de tilapia en las diferentes densidades de siembra (30 y 90 organismos m^{-3}) se vio afectada principalmente por la variabilidad del oxígeno disuelto y de la tasa de crecimiento de los peces; y en el caso de la lechuga, por la variabilidad de la longitud final, de la concentración de los nitritos y de la conductividad eléctrica. La longitud de la planta de pepino también se vio afectada por la variabilidad de la longitud final.

Se concluye que, el objetivo de desarrollar modelos matemáticos de producción que incorporen elementos estocásticos para predecir y analizar la producción de tilapia, lechuga y pepino en un sistema acuapónico se alcanzó satisfactoriamente. Los modelos desarrollados pueden ser utilizados para determinar, en investigaciones futuras y por medio de análisis bioeconómicos, la mejor estrategia de producción de dichos productos.

ABSTRACT

Three production models incorporating stochastic elements were developed for prediction and analysis of production of tilapia (*Oreochromis niloticus*), lettuce (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) and cucumber (*Cucumis sativus* var. Carolina) a recirculating aquaponic systems under greenhouse conditions. For the development of models a database from an experiment was used, which was carried out in 9 separate systems with different densities of tilapia (30, 60 and 90 organisms m^{-3}), and two production cycles of plants and one of fish. Lettuce and cucumbers were kept in hydroponics using the Nutrient Flux Technique (NFT). A "stock" model was used to predict the production of tilapia, analyzing the dependence growth and survival parameters water quality (dissolved oxygen, pH, temperature, electrical conductivity, ammonium, nitrites, nitrates and phosphates) and management (stocking density of tilapia) variables.

Production models and multiple regression equations were used to predict, as a function of density of tilapia and time, tilapia biomass and plants length. The results indicated that the highest stocking density of tilapia (90 fish m^{-3}) was the main factor for explanation and prediction of higher production of tilapia (49.85 $kg m^{-3}$) and larger lengths of lettuce (22.32 cm) and cucumber (238.14 cm) and the highest yield (1.64 $kg m^{-2}$) of cucumber fruit. Also, a decrease in growth rate of tilapia was observed when temperature changed from 31 °C to 21 °C.

The results of linear regressions between values of biomass yields and size observed and calculated with the production models indicated that the predictive performance of the models is satisfactory. It was found that increasing density led to higher uncertainty (coefficient of variation) of tilapia production, and to a decrease in uncertainty of plants length.

A sensitivity analysis indicated that, in general, the production of tilapia at different densities (30 and 90 organism m^{-3}) was mainly affected by the variability of dissolved oxygen and the growth rate of fish; and in the case of lettuce, by the

variability of the final length, the concentration of nitrites and electrical conductivity. The length of the cucumber plant was also affected by the variability of the final length.

It is concluded that, the aim of developing mathematical models of production that incorporate stochastic elements to predict and analyze the production of tilapia, lettuce and cucumber in an aquaponic system was satisfactorily achieved. The developed models can be used to determine, in future research and through bio-economic analysis, the best production strategy of these products.

I. INTRODUCCIÓN

La acuicultura es una actividad que ha crecido rápidamente y se ha convertido en una alternativa viable para la producción de alimentos. Según la FAO (2015), en 2013 la contribución de la acuicultura a la producción pesquera mundial total fue del 43.1 %, frente a 42.1 % en 2012. A nivel mundial, la acuicultura de peces continentales ha sido el factor más importante para el aumento total de la producción anual. De 2003 a 2013, este subsector contribuyó con 64.9 % al aumento en la producción de cultivo de peces comestibles en el mundo.

En México la acuicultura ha adquirido mayor importancia en los últimos años brindando beneficios sociales y económicos, que a su vez, se han convertido en fuente de alimentación con un elevado valor nutrimental (Martínez-Cordero y Leung, 2004). La tilapia (*Oreochromis niloticus*) se cultiva en los 31 estados de la República Mexicana, y su producción fue de 75,927 t para el año 2011 (CONAPESCA, 2012).

Aunque la producción dulceacuícola de peces en México tuvo un periodo de crecimiento importante a partir de la introducción de especies de tilapias en los años setentas, se aprecia una falta de incremento en la producción en los últimos años, debido a diversos factores, uno de los cuales son las limitadas capacidades de carga de las presas en donde se hace cultivo extensivo de las especies. Cabe señalar también que no se ha generado un modelo de producción validado, que permita ser replicado por los productores, y no se ha aprovechado el desarrollo de la tecnología para integrar la acuicultura con la agricultura bajo condiciones controladas (invernaderos) que permitan, por un lado, aprovechar los nutrientes de los desechos de los peces y ahorrar fertilizantes, y por otro, disminuir los impactos de la acuicultura y el uso eficiente del agua en sistemas controlados.

La integración de la hidroponía con la acuicultura para la recuperación de nutrientes residuales del cultivo de peces se conoce internacionalmente como Acuaponía y ha sido objeto de investigación en los últimos 20 años, a partir de los trabajos pioneros de Zweig (1986) y Rakocy (1989). Desde entonces, se ha

desarrollado investigación para la fitorremediación de efluentes acuícolas (Ghaly *et al.*, 2005) principalmente de *Oreochromis niloticus* y otras especies con diferentes cultivos hidropónicos que incluyen un conjunto de variedades de lechugas (Chaves *et al.*, 2000), tomates (McMurty *et al.*, 1993, Castro *et al.*, 2006), pepinos (Tyson *et al.*, 2008) y albahaca (Rakocy *et al.*, 2004, Savidov *et al.*, 2007 y Hanson *et al.*, 2008), entre otros.

La utilización de tecnología en el tratamiento del agua para la producción acuícola tiene, como ventajas, el monitoreo y control constante de las variables físico-químicas y sanitarias del agua, así como la reutilización del agua y las producciones a densidades altas (Lyssenko y Wheaton, 2006; Davidson *et al.*, 2008). Por lo anterior, el interés del sector productivo por tecnologías de cultivo altamente eficientes ha generado la necesidad de producir mayor cantidad de biomasa en menor espacio, y haciendo un uso más eficiente del agua.

El análisis de la producción mediante el modelado matemático constituye una herramienta útil para el manejo acuícola y antecede al análisis bioeconómico, que tiene su origen en el manejo de recursos naturales renovables (Clark, 1974), y cuyos principios han sido adaptados para el manejo de recursos acuícolas con distintos propósitos (Allen *et al.*, 1984). Existen escasos trabajos de modelado de la producción de especies acuícolas, utilizando un enfoque estocástico. Algunos de esos trabajos son los de Hernández-Llamas *et al.* (2011) y de Ruiz-Velazco *et al.* (2013) sobre la producción de camarón.

A pesar de que existen avances en la generación de información en la integración de acuicultura e hidroponía, en la literatura que se revisó no se encontraron trabajos de modelado de la producción de sistemas integrados de acuicultura e hidroponía con un enfoque estocástico. En el presente trabajo, por primera vez se desarrollan ese tipo de modelos para un sistema acuapónico de tilapia (*Oreochromis niloticus*), lechuga (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) y pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina), considerando variables de calidad de agua y de manejo (densidad de siembra de la tilapia) para mejorar la producción.

II. OBJETIVOS

2.1 *Objetivo General*

Desarrollar modelos matemáticos de producción, que incorporen elementos estocásticos, para predecir y analizar la producción, de tilapia, lechuga y pepino en un sistema acuapónico NFT (Técnica de Flujo de Nutrientes).

2.1.1 *Objetivos específicos*

2.1.1.1 Proponer modelos de crecimiento y supervivencia para las especies estudiadas, así como relaciones funcionales entre los parámetros de dichos modelos y variables de calidad del agua y de manejo.

2.1.1.2 Proponer un esquema de manejo de densidades de siembra de peces del sistema acuapónico.

2.1.1.3 Realizar un análisis de la incertidumbre de la producción de los sistemas acuapónicos.

2.1.1.4 Llevar a cabo un análisis de sensibilidad de los parámetros de los modelos de producción.

III. REVISIÓN DE LITERATURA

3.1 Modelos de crecimiento de peces

El principal proceso de interés en la acuicultura es el crecimiento de las especies cultivadas y su producción (Hepher, B. y Pruginin, Y., 1980). En las últimas décadas, se han desarrollado una serie de modelos de simulación por computadora para la cría de peces (Cuenco, *et al.*, 1985; Machiels y Henken, 1986; Ross y McKinney, 1989; van Dam y Pauly, 1995; van Dam y de Vries, 1995; van der Meer y van Dam, 1998). La mayoría de esos modelos se basan en principios fisiológicos y bioenergéticos.

La tilapia del Nilo es una de las especies cultivadas más populares en muchos países tropicales. Varios modelos de crecimiento han sido desarrollados para esta especie (Liu y Chang, 1992; Nath *et al.*, 1994; Bolte *et al.*, 1995; Yi, 1998), principalmente cuando se le cultiva en estanques fertilizados con o sin alimentación suplementaria.

El procedimiento más simple para analizar el crecimiento es determinar el tiempo necesario para alcanzar el tamaño de mercado (el peso mínimo comercial) y estimar la tasa de crecimiento en $g\ día^{-1}$. Para el análisis de los cambios de peso de peces, están disponibles (Ricker, 1975) varios modelos sofisticados. Sin embargo, cualquier modelo debe tener en cuenta la manera en la cual, el ritmo de crecimiento de peces se retarda con la edad y el peso (Pitcher y Hart, 1982). El modelo de crecimiento individual más utilizado ha sido la ecuación de von-Bertalanffy. Por otro lado, la supervivencia de los organismos, en la mayoría de los casos, se ha estimado con el modelo exponencial decreciente de mortalidad (Ruiz-Velazco, 2010).

Se han mejorado procedimientos para estimar los parámetros de la curva de von-Bertalanffy, tanto analíticos (principalmente métodos máximos cuadráticos) como gráficos (basados en la linealización de la curva de von-Bertalanffy). Entre los

primeros podemos citar el desarrollado por Rafail (1973), el cual se basa en el establecimiento de una relación lineal entre los logaritmos de los incrementos de crecimiento por unidad de tiempo frente al tiempo como variable independiente. Entre los segundos podemos citar los gráficos de Gulland y Holt, el de Ford-Walford, el de Chapman y el debido al propio von-Bertalanffy.

Pauly *et al.* (1993) desarrollaron un método de análisis multivariado del crecimiento de la tilapia la cual se fundamenta de la curva de crecimiento de von-Bertalanffy. El gráfico de Gulland y Holt ampliado permitió identificar y cuantificar las variables clave que controlan el crecimiento de los peces incluyendo variables ambientales y de tratamiento para explicar la varianza en el crecimiento.

Prein (1993) aplicó los gráficos Gulland y Holt estándar y el gráfico Gulland y Holt ampliado en experimentos de cultivo de *O. niloticus* en granjas integradas s en Filipinas. El ajuste estándar proporciona valores de 25.4 cm para la talla asintótica superior (L_{∞}). Estos parámetros de crecimiento expresan la tendencia central en el conjunto de los experimentos combinados (Pauly *et al.*, 1993). El uso práctico del método multivariado existente (Pauly *et al.*, 1993; Prein, 1993) en la acuicultura es complicado, ya que la varianza en el crecimiento se refleja en L_{∞} y no en el parámetro de crecimiento k , lo que es matemáticamente correcto, pero no necesariamente lo es desde el punto de vista biológico.

Pauly *et al.* (1998) utilizó la curva de crecimiento de von-Bertalanffy para comparar el desempeño del crecimiento general de la tilapia del Nilo (*Oreochromis niloticus*) en aguas abiertas y en la acuicultura, y concluyendo que los sistemas de acuicultura no pudieron aprovechar completamente el potencial de crecimiento de esta especie.

En el desarrollo de un modelo de simulación para la cría de *Oreochromis niloticus*, De Graaf (2004) y Springborn *et al.* (1992) utilizaron la curva de crecimiento de von-Bertalanffy; sin embargo, no tomaron en cuenta que L_{∞} y k se correlacionan inversamente (Sparre y Venema, 1992).

De Graaf *et al.* (2005) realizaron análisis multivariado de crecimiento de tilapia de Nilo (*Oreochromis niloticus*) usando la curva de crecimiento de von-Bertalanffy. Los enfoques fueron: los gráficos Gulland y Holt ampliado y forzado ampliado, y un análisis de regresión múltiple para k. Los tres modelos ofrecen información valiosa sobre los principales factores ambientales que influyen en la tasa de crecimiento diario y explican 28-46% de la varianza de la tasa de crecimiento diario observado. Para los tres métodos, el parámetro de modelado se relacionó significativamente con el rendimiento neto de la tilapia del Nilo y puede, por lo tanto, ser utilizado para el modelado predictivo de los escenarios de gestión.

El crecimiento de *O. niloticus* fue simulado por Van Dam y Pauly (1995) con un modelo que considera principios bioenergéticos, así como el máximo consumo de oxígeno potencial establecido en la relación alométrica entre el peso corporal y la superficie de enmalle.

3.2 Modelos de crecimiento de plantas

El análisis del crecimiento es una aproximación holística, explicativa e integral, para comprender la forma y funciones de los vegetales (Hunt, 2003). En cualquier sistema biológico, el crecimiento es la consecuencia de la división (incremento en número) y de la elongación celular (aumento en tamaño).

Las curvas de crecimiento de vegetales son un reflejo del comportamiento de una planta en un ecosistema particular con respecto al tiempo. Su elaboración es indispensable para la aplicación racional de las labores de cultivo en el momento adecuado, y para garantizar una respuesta óptima del vegetal de acuerdo con nuestras necesidades y exigencias (Casierra-Posada *et al.*, 2003; Casierra-Posada *et al.*, 2004).

El análisis de crecimiento de plantas puede fundamentarse directamente en la evolución cronológica de medidas tales como peso seco, longitud de tallos, número de hojas, número de ramas, entre otros. (Manrique, 1990). Con estas medidas es posible calcular la tasa de crecimiento relativo (TCR), la razón de peso foliar (RPF), la tasa de asimilación neta (TAN), y otras variables de importancia en la cuantificación del crecimiento (Ascencio y Fargas, 1973; Leopold, 1974; Hunt, 1990; Hunt *et al.*, 2002). Mientras los primeros (peso seco, longitud, etc.), tienen que ver con el desarrollo absoluto de la planta, los segundos (tasas de crecimiento) explican su eficiencia en acumular materia seca en los diferentes órganos, como producto de sus procesos metabólicos (Geraud *et al.*, 1995).

Entre los modelos, que se utilizan a menudo para relacionar el rendimiento, el crecimiento de los cultivos o la tasa de desarrollo directamente con los factores ambientales, se incluyen: polinomios (Krug y Liebig, 1979; Erwin y Heins, 1990), funciones exponenciales (Krug y Liebig, 1988; Fisher *et al.*, 1996), hipérbola (Pytlinski y Krug, 1989) y curvas sigmoideas (Larsen y Hide'n, 1995; Lieth *et al.*, 1996). A veces, las funciones más sofisticadas (por ejemplo, Larsen, 1988; Brøndum y Heins, 1993) se utilizan para describir una reacción que tiene forma de pico asimétrico. La influencia de varios factores ambientales se puede combinar de forma aditiva (Krug y Liebig, 1979) o en una función multiplicadora (Wilkerson *et al.*, 1983; Larsen, 1990; Krug y Liebig, 1995).

En la actualidad la utilización de ordenadores rápidos y programas de cómputo que permiten el manejo de grandes cantidades de datos han facilitado considerablemente esos procesos (Calvo *et al.*, 1994; Gardner *et al.*, 1990; Hunt, 1990). Para hacer un mejor uso de los materiales y tiempo del investigador, está más desarrollado el uso de análisis de crecimiento funcional, que además facilita la elaboración de modelos con alta confiabilidad (Gardner *et al.*, 1990; Hunt, 1982). La realización de curvas que caracterizan el comportamiento de las variables de crecimiento con datos ajustados, se obtienen mediante variedad de modelos matemáticos no lineales entre los que sobresalen el logístico, Gompertz, Weibull y

Richards, exponencial, Michaelis-Menten y monomolecular (Rojas *et al.*, 2008) y procedimientos como la regresión lineal, cuadrática y logarítmica, derivada y desarrollo de modelos polinomiales, que han sido trabajados ampliamente en cultivos (Alonso *et al.*, 2003; Calvo *et al.* 1994; Charles-Edwards *et al.* 1986; Evans 1972; Gardner *et al.*, 1990; Hunt y Parsons, 1974; Hunt, 1978, 1982, 1990; Jean, 1984; Krug, 1985).

Se han desarrollado modelos dinámicos de simulación para lechugas. Sweeney *et al.* (1981), por ejemplo, propusieron un modelo para lechugas con: materia seca de reservas y materia seca estructural como variables de estado, ignorando materia seca de la raíz. Las variables de entrada del modelo son flujo de luz y temperatura y se predice materia seca total, área foliar y área foliar efectiva.

Van Henten (1994a, 1994b) propuso un modelo para el cultivo de lechuga en invernadero, el cual incluye: el peso seco estructural y el no estructural como dos variables de estado. Las variables de entrada son: radiación fotosintéticamente activa, temperatura y concentración de CO₂ en el invernadero. Este modelo ha sido usado en varios estudios de optimización y control óptimo del clima del invernadero (Van Henten, 1994b) y fue calibrado usando datos de un experimento de crecimiento de lechugas bajo un clima templado (Ramírez *et al.*, 2001).

El modelo 'Nitrate Control in LETtuce' (Control de nitratos en lechugas, NICOLET) propuesto para el cultivo de lechuga (Seginer *et al.*, 1998), incorpora los contenidos de carbono no-estructural y estructural como variables de estado. Las salidas del modelo son variables que pueden ser medidas directamente tales como peso seco de la planta, peso fresco y contenido de nitratos. El modelo NICOLET ha sido usado para generar estrategias de control óptimo de los niveles de nitratos en lechugas (Ioslovich y Seginer, 2002; López *et al.*, 2003).

El modelo de crecimiento 'FRUIT GROWth', (Crecimiento de frutos, FRUGRO) para el cultivo de pepino fue propuesto por Marcelis, (1994a, 1994b). La tasa de crecimiento de un fruto de pepino depende de la temperatura y el estado de desarrollo del fruto, para describirla es utilizado la ecuación de Richards. El modelo

usa el submodelo SUKAM (Gijzen, 1992) para calcular la tasa de crecimiento diario de la planta. Los datos de entrada del modelo son la temperatura y la radiación fotosintéticamente activa, medidos dentro del invernadero.

Los modelos logísticos del cultivo de pepino en invernadero obtenidos por Barraza (2012) para materia seca total, de tallos, hojas y zarcillos presentan un comportamiento a través del tiempo de forma sigmoide. La trayectoria explica el crecimiento a través del tiempo y presenta tres fases principales que son: logarítmica o exponencial, lineal y de senescencia. La materia seca de flores y frutos no presentó trayectoria sigmoide a través del tiempo y no se ajustó al modelo logístico.

En relación a modelos matemáticos de crecimiento individual, de producción y/o modelos estocásticos para sistemas acuapónicos comerciales o experimentales en invernadero, no se encontró literatura.

IV. MATERIALES Y MÉTODOS

4.1 Base de datos

Para la presente investigación se recabaron datos de nueve sistemas acuapónicos combinados con subsistemas NFT (Técnica de Flujo de Nutrientes). Los detalles del sistema pueden ser consultados en Castillo *et al.* (2015).

Los diferentes experimentos fueron cultivos integrados (tilapia-lechuga-pepino) con diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos m^{-3} con un peso inicial de 69.72 ± 12.67 g). Las especies a evaluar fueron: tilapia (*O. niloticus*), lechuga (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) y pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina). Para las plantas, el experimento consistió en la realización de dos ciclos de producción de siete semanas cada uno. El primer ciclo se llevó del 06 de septiembre al 25 de octubre de 2014, y el segundo del 13 de diciembre de 2014 al 31 de enero de 2015. El cultivo de tilapias se realizó en una sola etapa, del 06 de septiembre al 31 de enero de 2015.

A continuación se describe la información contenida en la base de datos.

4.1.1 Módulos acuapónicos.

Se utilizó un multiparamétrico YSI Profesional 2030 para la medición diaria de las siguientes variables de calidad de agua en los tanques de peces y en los canales de cultivo vegetal de cada sistema: oxígeno disuelto (OD), temperatura (T) y conductividad eléctrica (CE). El potencial de hidrógeno (pH) se determinó con un potenciómetro Hanna HI 98130. Se tomaron muestras semanales de agua para estimar la concentración de nutrientes: amonio (NH_4^+), nitritos (NO_2^-), nitratos (NO_3^-) y fosfatos (PO_4^-) los cuales fueron determinados posteriormente con un espectrofotómetro lector de microplacas BioTek modelo Synergy. Se realizó un análisis de varianza con el fin de detectar posibles diferencias en las concentraciones

de nutrientes correspondientes a los tres niveles de densidad de tilapia, estableciendo como criterio de significación valores de $p < 0.05$.

4.1.2 Módulo acuícola

Los peces se adquirieron en el laboratorio GENETILAPIA de Mazatlán Sinaloa, previamente masculinizados. El alimento suministrado contuvo 35 y 30 % de proteína, de acuerdo al tamaño del pez. Se evaluó un ciclo de producción de 22 semanas, de *O. niloticus*. Se midió semanalmente el crecimiento en peso (g) utilizando una balanza digital (Velab modelo VE-5000 de 0.01 g de precisión), biomasa (kg m^{-3}) y supervivencia (número de organismos). La supervivencia semanal se estimó por diferencia entre la población al inicio de cada semana y el número de organismos muertos a la conclusión de la misma.

4.1.3 Módulo hidropónico

Se usaron seis canales de cultivo cerrados NFT por cada uno de los nueve sistemas acuapónicos, colocando cuatro plántulas de pepino y seis de lechuga por canal, bajo el efecto del efluente del cultivo de tilapia.

Después del trasplante, se midió semanalmente la altura de las hojas de lechuga (longitud de la planta) utilizando una cinta métrica. En las plantas de pepino, cada semana se midió la longitud del tallo, mientras que en los frutos cosechados (≥ 12 cm de longitud y/o ≥ 3.8 cm de diámetro) se registró el peso fresco.

4.2 Modelos de producción

4.2.1 Modelo de producción de tilapia

El modelo predice la producción de biomasa de tilapia en función del tiempo (b_t) mediante la ecuación:

$$b_t = w_t n_t \quad (1)$$

dónde: w_t es el peso individual de los organismos y n_t es el número de organismos sobrevivientes al tiempo t .

A su vez, para el cálculo del peso de los organismos se utilizó un modelo lineal:

$$w_t = w_i + mt \quad (2)$$

dónde: w_i es el peso inicial al momento de la siembra, y m es la tasa de crecimiento (absoluta) por unidad de tiempo. En este estudio, la ecuación lineal fue modificada para modelar las variaciones en el peso, proponiéndose la siguiente ecuación:

$$w_t = w_i + mt + C \text{sen}(2\pi t/L + S) \quad (3)$$

dónde C estima la amplitud que hay en las variaciones del peso alrededor de la tendencia lineal, L es la duración del periodo transcurrido entre los momentos en que se presentan las máximas (o mínimas) desviaciones del peso respecto a la recta y S es un ajuste en el tiempo.

Para calcular el número de organismos se recurrió a la ecuación exponencial decreciente (Gulland, 1969):

$$n_t = n_0 e^{-zt} \quad (4)$$

dónde: n_0 es el número de individuos al momento de la siembra, t es el tiempo y z es la tasa instantánea de mortalidad.

4.2.2 Modelo de producción de lechuga y pepino

Para el cálculo del crecimiento en longitud de las plantas, se utilizó el modelo propuesto por Serna-Gallo *et al.* (2014):

$$L_t = L_i + (L_f - L_i) \left(\frac{1 - k^t}{1 - k^c} \right) \quad (5)$$

dónde L_i y L_f son las tallas (longitudes) inicial y final, k es la tasa a la cual cambia L_t desde su valor inicial hasta su valor final, t es el número de unidades de tiempo para las que se predice L_t (vgr. 5, si L_t se predice para la quinta semana) y c es t para la semana en que se realiza la cosecha.

Para calcular el número de plantas sobrevivientes en función del tiempo, también se usó la ecuación exponencial decreciente (Ecuación 4).

4.2.3 Modelo de producción del fruto de pepinos

Para este caso se consideró la biomasa promedio total producida de cada sistema y el modelo de supervivencia (Ecuación 4). La biomasa promedio total producida se predijo en función del amonio mediante una ecuación lineal, y el amonio, a su vez, se hizo depender de la densidad de siembra mediante un modelo de regresión lineal simple.

4.2.4 Estimación de parámetros

La estimación de los parámetros de crecimiento de peces y plantas se realizó mediante análisis de regresión no lineal usando STATISTICA 6.0 y el valor de la tasa de mortalidad en la ecuación (4) se calculó a partir de la población inicial y final de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$z = [-Ln(n_f/n_0)]/tc \quad (6)$$

donde: n_f es el número de individuos al momento de la cosecha y t_c es el tiempo a la cosecha.

4.3 Modelos de parámetros de producción en función de variables calidad de agua y de manejo

Se utilizaron modelos de regresión lineal múltiple para predecir cada uno de los parámetros de los modelos de producción, en función de variables de calidad del agua y de manejo (densidad del cultivo de tilapia) de los diferentes sistemas de producción:

$$Q = a_0 + a_1T + a_2OD + a_3pH + a_4CE + a_5NH_4^+ + a_6NO_2^- + a_7NO_3^- + a_8PO_4^- + a_9D \quad (7)$$

donde Q es cualquiera de los parámetros de los modelos de producción (a excepción de w_i , L_i , n_0 y S), $a_0, a_1 \dots a_9$ son coeficientes de regresión, T (temperatura), OD (oxígeno disuelto), pH (potencial de hidrógeno), CE (conductividad eléctrica), NH_4^+ (amonio), NO_2^- (nitritos), NO_3^- (nitratos), PO_4^- (fosfatos) y D (densidad de siembra de la tilapia). Para el análisis de regresión se usaron los valores promedio de las variables independientes, incluyendo únicamente aquellas que, un análisis de correlación previo, indicó que estaban correlacionadas significativamente con el parámetro correspondiente. Para el caso de las plantas, se usaron los promedios resultantes de combinar los resultados de los dos experimentos. Para la regresión lineal múltiple se utilizó el procedimiento "backward stepwise" con el fin de seleccionar las variables independientes.

Los coeficientes de los modelos de regresión lineal múltiple se estimaron mediante el programa Stata 10 (StataCorp, Colleg. Sration, TX), usando como criterio de significación valores de $p < 0.05$ y $p < 0.1$ para aceptar o rechazar los predictores.

Dicho programa utiliza los métodos descritos por Rencher (2002) para el análisis automático de colinealidad.

4.4 Capacidad predictiva de los modelos

Para la tilapia y el fruto del pepino se calculó la biomasa total cosechada utilizando las ecuaciones de regresión múltiple y el correspondiente modelo biológico, y se comparó con el rendimiento total observado en la base de datos. Se realizó un análisis de regresión lineal entre la biomasa observada y la predicha, manteniendo el valor del intercepto igual a cero (Poole, 1974; Ruiz-Velazco *et al.*, 2010), y se aplicó una prueba *t* para determinar si la pendiente de la regresión difería significativamente de uno (Zar, 2010). En caso de que no se detectara que la pendiente fuera diferente de uno, se concluiría que la predicción del modelo es satisfactoria. Para las plantas se realizó el mismo procedimiento, pero analizando las tallas, en vez de la biomasa.

Para el análisis de regresión lineal y la prueba de *t*, se utilizó Stata 10, usando como criterio de significación $p < 0.05$.

4.5 Elementos estocásticos

Se incorporaron elementos estocásticos a los modelos de producción utilizando el método de la "envoltura" descrito por Vose (2001). Para ello, el valor determinista de *Q* en la ecuación 7 se modificó como sigue:

$$Q_e = Q + r \quad (8)$$

donde Q_e es el valor estocástico del parámetro, y *r* es el valor residual de los parámetros de los modelos de producción calculado a partir de una distribución normal ajustada a los valores residuales resultantes de la regresión lineal múltiple

correspondiente. También se ajustaron distribuciones de probabilidad a los valores de las variables de calidad de agua que resultaron ser significativas en el análisis de regresión.

4.6 Manejo de la densidad y análisis de incertidumbre en la producción.

Se utilizaron los modelos de producción, con sus correspondientes elementos estocásticos para predecir la producción de tilapia y de fruto de pepino, así como las longitudes finales de las plantas en función del tiempo y de la densidad de siembra de la tilapia. Para ello, además de los valores experimentales de 30, 60 y 90 organismos m^{-3} , se predijeron rendimientos para valores intermedios de 45 y 75 organismos m^{-3} .

Se analizó la incertidumbre de la producción a partir de los esquemas de manejo resultantes de las diferentes densidades de siembra de tilapia, infiriendo distribuciones de probabilidad de los rendimientos a partir de valores estocásticos de los parámetros del modelo que resultaron relacionados significativamente con variables de calidad del agua y de manejo. Se utilizó la técnica de simulación Monte Carlo disponible en @Risk 5.5 con 10 000 iteraciones, tomando en cuenta las correlaciones significativas que existieron entre los valores residuales de los parámetros de los modelos de producción.

El efecto de la variable de manejo (densidad de peces) sobre la incertidumbre en la producción se evaluó en términos de cambios en los valores del coeficiente de variación (CV), calculado como: $CV = \text{desviación estándar} / \text{media}$, y donde valores altos de CV indican mayor incertidumbre (Ayyub, 2014).

4.7 Análisis de sensibilidad

Se analizó la sensibilidad de los rendimientos de producción a la variabilidad aleatoria en los parámetros de los submodelos biológicos y de variables de calidad de agua. Para el análisis se utilizó el método de regresión múltiple disponible en @Risk 5.5. En este método, los valores absolutos de los coeficientes calculados para cada variable cuantifican la sensibilidad de la variable de salida. Un valor absoluto alto de un coeficiente de regresión indica una alta importancia de la variable correspondiente.

V. RESULTADOS

Los valores promedio del peso de las tilapias a diferentes densidades a la conclusión del experimento se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Pesos finales de *O. niloticus* a diferentes densidades de cultivo.

Densidades (organismos m ⁻³)	Peso (g)
30	782.35
60	658.43
90	575.80

Los valores de las variables de calidad del agua que se registraron en el módulo acuícola se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Valores de las variables de la calidad del agua del cultivo de *O. niloticus*.

Variable	Mínimo	Máximo	Media ± DE
T (°C)	24.22	31.07	27.85 ± 2.64
OD (mg L ⁻¹)	3.75	5.54	4.57 ± 0.5
pH	7.90	8.46	8.19 ± 0.20
CE (mS cm ⁻¹)	0.57	1.02	0.75 ± 0.12
NH ₄ ⁺ (mg L ⁻¹)	0.47	4.62	1.92 ± 1.16
NO ₂ ⁻ (mg L ⁻¹)	0.95	8.59	4.46 ± 2.6
NO ₃ ⁻ (mg L ⁻¹)	63.26	289.90	122.29 ± 64.34
PO ₄ ⁻ (mg L ⁻¹)	1.90	10.47	4.01 ± 2.16

T: temperatura; OD: oxígeno disuelto; CE: conductividad eléctrica; NH₄⁺: amonio; NO₂⁻: nitrito; NO₃⁻: nitrato y PO₄⁻: fosfato.

Los valores mínimos, máximos y medios de las variables de calidad de agua de los módulos hidropónicos de los dos ciclos de producción se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Valores de calidad de agua de los dos ciclos de producción de los cultivos de *Cucumis sativus* var. Carolina y *Lactuca sativa*, var. Parris Island.

Variable	Mínimo	Máximo	Media \pm DE
T ($^{\circ}$ C)	24.23	31.97	27.89 \pm 2.77
OD (mg L ⁻¹)	4.04	5.54	4.66 \pm 0.47
pH	7.93	9.09	8.26 \pm 0.3
CE (mS cm ⁻¹)	0.58	0.99	0.74 \pm 0.12
NH ₄ ⁺ (mg L ⁻¹)	0.46	3.56	1.82 \pm 1.05
NO ₂ ⁻ (mg L ⁻¹)	0.81	8.87	4.25 \pm 2.48
NO ₃ ⁻ (mg L ⁻¹)	36.60	281.90	123.26 \pm 65.2
PO ₄ ⁻ (mg L ⁻¹)	1.78	9.60	4.11 \pm 2.06

T: temperatura; OD: oxígeno disuelto; CE: conductividad eléctrica; NH₄⁺: amonio; NO₂⁻: nitrito; NO₃⁻: nitrato y PO₄⁻: fosfato.

5.1 Modelo de producción de tilapia

El modelo utilizado para describir el crecimiento de la tilapia tuvo un ajuste significativo en todos los casos ($P < 0.05$), en términos del análisis de variancia de la regresión (Figura 1).

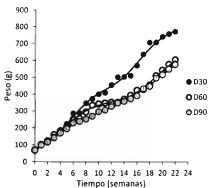


Figura 1. Curvas de crecimiento de tilapia ajustadas para diferentes densidades de siembra 30, 60 y 90 organismos m⁻².

Se observó que los peces alcanzaron, en promedio, mayores pesos finales (770.49 g) cuando la densidad de siembra es de 30 organismos m^{-3} en comparación con las densidades de siembra de 60 organismos m^{-3} y 90 organismos m^{-3} , cuyos pesos alcanzaron en promedio 603.59 g y 575.81 g, respectivamente (Figura 1).

En las curvas de crecimiento también se percibe que existe un frenado en el crecimiento de la tilapia de la semana ocho a las quince y dieciséis, asociado al descenso de la temperatura que se presentó durante esas semanas (Figura 2).

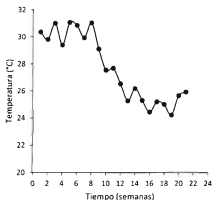


Figura 2. Temperatura promedio del agua de los tanques de tilapia durante el cultivo.

5.2 Modelos de producción de lechuga y pepino

El modelo de crecimiento en función de la longitud de la planta de lechuga y pepino describió adecuadamente las curvas observadas en la base de datos y se obtuvieron ajustes significativos en términos del análisis de variancia de la regresión en todos los casos ($P < 0.05$) (Figuras 3 y 4).

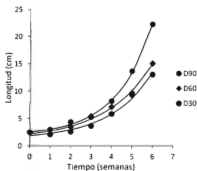


Figura 3. Curvas ajustadas de crecimiento de plantas de lechuga correspondientes a diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos m^{-2}).

Los resultados mostraron que las plantas de lechuga alcanzan mayores longitudes (22.32 cm) cuando la densidad de siembra en el módulo acuícola fue de 90 organismos m^{-2} , en comparación con las de 30 organismos m^{-2} , cuyas longitudes alcanzaron en promedio 13.05 cm (Figura 3).

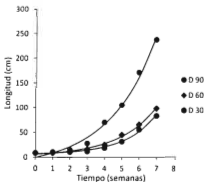


Figura 4. Curvas de crecimiento ajustadas de pepino correspondientes a diferentes densidades de siembra de tilapia (30, 60 y 90 organismos m^{-2}).

En el caso del pepino, los resultados mostraron que, de igual manera que la lechuga, las plantas alcanzaron mayores longitudes (238.14 cm) cuando las densidades de siembra en el módulo acuícola fueron de 90 organismos m⁻³ en comparación con densidades de siembra de 30 organismos m⁻³ cuyas longitudes alcanzaron los 83.60 cm (Figura 4).

5.3 Modelos de parámetros de producción en función de variables de calidad de agua y de manejo.

Los modelos de regresión lineal múltiple mostraron que los parámetros de los modelos de producción de peces y plantas se relacionaron significativamente con las variables de la calidad del agua y de manejo (densidad de siembra de la tilapia).

De acuerdo con los resultados obtenidos se obtuvieron mayores tasas de crecimiento (*m*) a menores densidades de siembra de tilapia y mayor oxígeno disuelto. La amplitud que hay en las variaciones del peso alrededor de la recta (*C*) se relacionó inversamente con la temperatura y la conductividad eléctrica. Por último, la duración del periodo entre las máximas (o mínimas) desviaciones del peso respecto a la tendencia lineal (*L*) es más amplia cuando es mayor la conductividad eléctrica (Tabla 4). La tasa instantánea de mortalidad (*z*) no se relacionó con ninguna de las variables analizadas.

Tabla 4. Relaciones entre parámetros del modelo de producción de tilapia *Oreochromis niloticus* y variables de calidad del agua y de manejo.

Modelo	P
$m = - 2.402333 + 7.51914 \text{ OD} - 0.1068669 \text{ D}$	0.0015
$C = 542.1632 - 17.70886 \text{ T} - 93.24482 \text{ CE}$	0.0031
$L = - 8.998705 + 31.3453 \text{ CE}$	0.0397

m: tasa de crecimiento (absoluta); *C*, *L*: parámetros de la ecuación de crecimiento; OD: oxígeno disuelto; D: densidad; T: temperatura y CE: conductividad eléctrica.

Por otro lado, se observó que se obtuvieron mayores longitudes finales (L_f) de la lechuga, a mayor densidad y menores valores de conductividad eléctrica y de nitritos (Tabla 5). Así mismo, la constante de crecimiento (k) se relacionó directamente con el pH, la temperatura y la densidad de siembra, mientras que la tasa instantánea de mortalidad (z) no se relacionó con ninguna de las variables analizadas.

Tabla 5. Relaciones entre parámetros del modelo de producción de lechuga (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) y variables de calidad del agua y de manejo.

Modelo	P
$L_f = 23.87876 - 19.90656 \text{ CE} + 0.1923708 \text{ D} - 1.165875 \text{ NO}_2^-$	0.0134
$k = -10.32138 + 0.9678007 \text{ pH} + 0.1125991 \text{ T} + 0.003914 \text{ D}$	0.0224

L_f : longitud final; k : constante de crecimiento; CE: conductividad eléctrica; D: densidad; NO_2^- : nitrito y T: temperatura.

Para el caso del pepino, los resultados indicaron que, a mayor densidad de siembra de tilapia se obtuvieron mayores longitudes finales (L_f), y que la constante de crecimiento (k) se relacionó inversamente con la temperatura y el amonio. La tasa instantánea de mortalidad (z) aumentó cuando se tuvieron pH mayores (Tabla 6). También se observó que existe una relación entre la producción de fruto de pepino y el amonio, y entre éste y la densidad de siembra de tilapia (Tabla 7).

Tabla 6. Relaciones entre parámetros del modelo de producción de pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina) y variables de la calidad del agua y de manejo.

Modelo	P
$L_f = 37.96499 + 1.494879 \text{ D}$	0.0007
$k = 5.60614 - 0.1376642 \text{ T} - 0.197745 \text{ NH}_4^+$	0.0025
$z = -0.5896874 + 0.0741485 \text{ pH}$	0.0086

L_f : longitud final; k : constante de crecimiento; z : tasa instantánea de mortalidad; D: densidad; T: temperatura y NH_4^+ : amonio.

Tabla 7. Relaciones entre la biomasa del fruto de pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina) y el amonio, y entre éste y la densidad.

Modelo	P
$B = 81.48*(NH_4^+)^3 - 310.8*(NH_4^+)^2 + 381.97*NH_4^+ - 110.58$	0.0007
$NH_4^+ = -0.1304182 + 0.0236274*D$	0.0018

B: biomasa; NH_4^+ : amonio y D: densidad.

5.4 Análisis de varianza de las concentraciones de nutrientes

El análisis de varianza indicó que, con excepción de los fosfatos, las concentraciones de nutrientes se incrementaron significativamente a medida que la densidad de la tilapia se incrementó (Tabla 8).

Tabla 8. Análisis de varianza de la concentración de nutrientes a las distintas densidades de siembra de tilapia.

Densidad (organismos m ⁻³)	Media ± SE			
	Amonio (NH ₄ ⁺)	Nitritos (NO ₂ ⁻)	Nitratos (NO ₃ ⁻)	Fosfatos (PO ₄ ⁻)
30	1.15 ± 0.42 ^a	2.05 ± 0.48 ^a	82.84 ± 6.72 ^a	3.02 ± 0.63 ^a
60	1.70 ± 0.25 ^{ab}	4.04 ± 0.94 ^a	107.99 ± 27.17 ^{ab}	4.02 ± 0.52 ^a
90	2.60 ± 0.41 ^b	6.66 ± 0.49 ^b	178.96 ± 25.13 ^b	5.28 ± 1.11 ^a

Las medias que comparten al menos una misma letra no difieren significativamente (P>0.05).

5.5 Capacidad predictiva de los modelos de producción

Se encontró una relación significativa (P < 0.05), en términos de la regresión lineal, entre los rendimientos de la producción de la tilapia observados en la base de datos y los calculados por el modelo de producción correspondiente, usando los coeficientes de los modelos de regresión lineal múltiple listados en la Tabla 4. Los resultados de la regresión lineal indicaron que la pendiente no difiere de 1, y que la capacidad predictiva del modelo es satisfactoria (Figura 5).

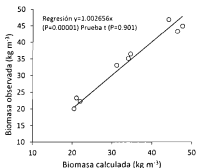


Figura 5. Relación entre la biomasa observada y la calculada de tilapia usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de regresión de la Tabla 4.

En el caso de la lechuga, también se encontró una relación significativa ($P < 0.05$) entre los valores de longitud observados en la base de datos y los calculados con el modelo de producción correspondiente usando los coeficientes de regresión listados en la Tabla 5. Los resultados de la regresión y la prueba t permitieron concluir que la pendiente no difiere de 1, indicando una capacidad predictiva satisfactoria del modelo de producción (Figura 6).

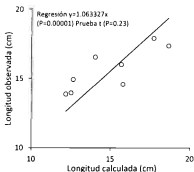


Figura 6. Relación entre la longitud observada y la calculada de lechuga usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de la regresión de la Tabla 5.

Se encontró una relación significativa ($P < 0.05$) entre los valores de longitud de la planta de pepino observados en la base de datos y los calculados con el modelo correspondiente (Tabla 6). Los resultados de la regresión lineal y de la prueba t permitieron concluir que la pendiente no difiere de 1, indicando una capacidad predictiva satisfactoria del modelo (Figura 7).

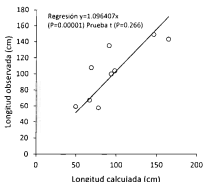


Figura 7. Relación entre la longitud observada y la calculada de la planta de pepino usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de la regresión de la Tabla 6.

Los resultados de la regresión lineal y la prueba de t entre los valores de rendimiento observados y calculados de la biomasa del fruto del pepino, permitieron concluir que el valor de la pendiente no difiere de 1, indicando una capacidad predictiva satisfactoria del modelo de producción correspondiente (Figura 8).

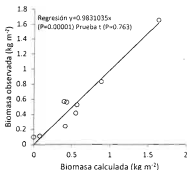


Figura 8. Relación entre la biomasa observada y la calculada del fruto del pepino usando el modelo de producción correspondiente y los coeficientes de la regresión de la Tabla 7.

5.6 Manejo de la densidad

Se utilizaron los modelos de producción y las ecuaciones de regresión múltiple de las tablas 4, 5 y 6 para predecir, en función de la densidad de tilapia y del tiempo, la biomasa de tilapia y la longitud de las plantas, observándose que, a medida en que se incrementaron la densidad y el tiempo, también se incrementó la producción (Figuras 9, 10 y 11).

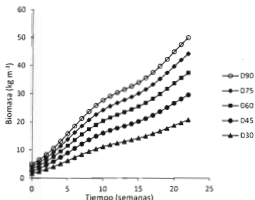


Figura 9. Predicción de la producción de tilapia en función de la densidad de siembra y del tiempo.

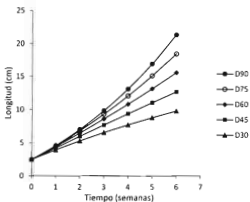


Figura 10. Predicción de la longitud de la planta de lechuga en función de la densidad de siembra de tilapia y del tiempo.

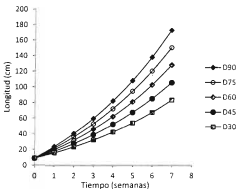


Figura 11. Predicción de la longitud de la planta de pepino en función de la densidad de siembra de tilapia y del tiempo.

Se utilizó el modelo de producción de biomasa del fruto de pepino para predecir los rendimientos en función de la densidad de siembra de tilapia, observándose un aumento progresivo en dichos rendimientos a medida en que se incrementó la densidad (Figura 12).

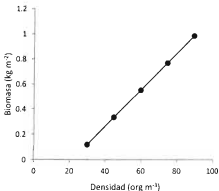


Figura 12. Biomasa del fruto del pepino en función de la densidad de siembra de tilapia

5.7 Incertidumbre en la producción

Los resultados muestran que el aumento de la densidad de siembra de tilapia da lugar a un aumento de la producción media del pez, así como en su incertidumbre, como lo indican los valores de los coeficientes de variación, al pasar de 0.084 a 0.104 (Figura 13).

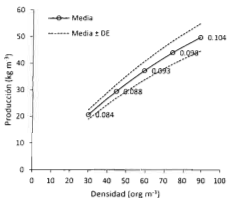


Figura 13. Producción obtenible de tilapia a diferentes densidades de siembra

En los casos de lechuga y pepino, los resultados muestran que el aumento de la densidad de siembra de tilapia da lugar a un aumento de la longitud media de ambas plantas, así como una reducción en su incertidumbre, como lo indican los valores de los coeficientes de variación al pasar de 0.391 a 0.177 para lechuga, y de 0.388 a 0.182 para pepino (Figura 14 y 15).

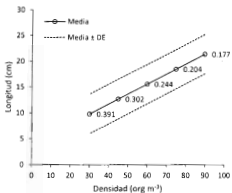


Figura 14. Longitud obtenible de la planta de lechuga para diferentes densidades de siembra de tilapia.

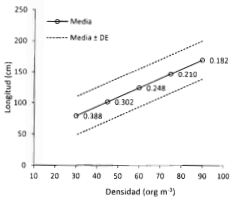


Figura 15. Longitud obtenible de la planta de pepino para diferentes densidades de siembras de tilapia.

Para el fruto del pepino, los resultados muestran que el aumento de la densidad de siembra de tilapia da lugar a un aumento de la producción media del fruto, así como una reducción en su incertidumbre, como lo indican los valores de los coeficientes de variación, al pasar de 0.0025 a 0.0003 (Figura 16).

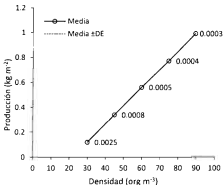


Figura 16. Producción obtenible del fruto del pepino para diferentes densidades de siembra de tilapia.

Las distribuciones de biomasa final de tilapia y del fruto del pepino y de tallas finales de las plantas, inferidas a partir de las variaciones estocásticas de los parámetros de los submodelos de producción y de las variables de calidad de agua, se presentan en la figura 16 (tilapia), 17 (lechuga) 18 (pepino) y 19 (fruto de pepino).

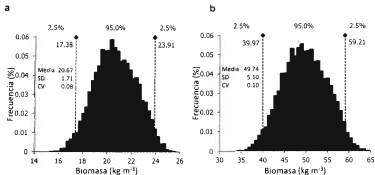


Figura 17. Distribución de frecuencias de biomazas de tilapia. Se indican los intervalos de 95% de confianza para densidades de siembra de peces de 30 (a) y 90 organismos m⁻² (b).

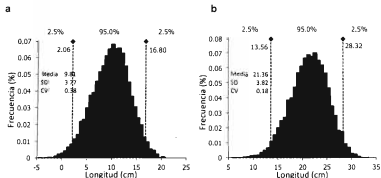


Figura 18. Distribución de frecuencias de longitudes finales de lechuga. Se indican los intervalos de 95% de confianza para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m⁻² (b).

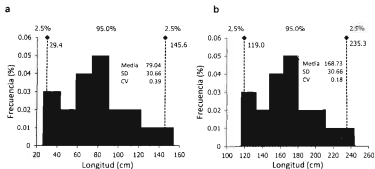


Figura 19. Distribución de frecuencias de longitudes finales de la planta de pepino. Se indican los intervalos de 95% para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-2} (b).

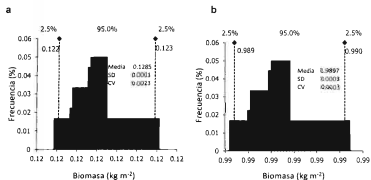


Figura 20. Distribución de frecuencias de biomasa de fruto de pepino. Se indican los intervalos de 95% de confianza para densidades de siembra de peces de 30 (a) y 90 organismos m^{-2} (b).

5.8 Análisis de sensibilidad

Los resultados del análisis de la sensibilidad de la producción de peces a la variabilidad de los parámetros de producción y de las variables de calidad del agua indican que, la producción de tilapia a una densidad de 30 y 90 organismos m^{-3} (Figura 21a y 21b) se vio afectada principalmente por la variabilidad del oxígeno disuelto y de la tasa de crecimiento de los peces, mientras que la de la tasa instantánea de mortalidad, de los parámetros L y S de la ecuación de crecimiento, de la conductividad eléctrica y de la temperatura tuvieron menor importancia.

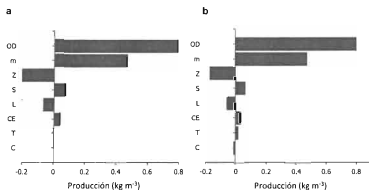


Figura 21. Análisis de sensibilidad de la producción de tilapia a parámetros de producción y variables de la calidad del agua para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). OD, oxígeno disuelto; m , tasa absoluta de crecimiento; z , tasa instantánea de mortalidad; L , parámetro de la ecuación de crecimiento; S , parámetro de la ecuación de crecimiento; CE, conductividad eléctrica; T , temperatura; C , parámetro de la ecuación de crecimiento.

De igual manera el análisis de la sensibilidad de la longitud de la lechuga a la variabilidad de los parámetros de producción y de las variables de calidad del agua indican que, la longitud de la lechuga se vio afectada, principalmente, por la variabilidad de la longitud final, de los nitritos y de la conductividad eléctrica, y con menor importancia, por la de la constante de crecimiento, la de la temperatura y la del pH (Figura 22a y 22b).

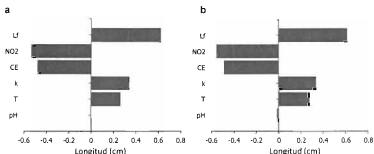


Figura 22. Análisis de sensibilidad de la longitud de lechuga a parámetros de producción y variables de la calidad del agua para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). L_f , longitud final; NO2, nitritos, CE, conductividad eléctrica, k, constante de crecimiento; T, temperatura y pH, potencial de hidrógeno.

El análisis de la sensibilidad de la longitud de la planta de pepino a la variabilidad de los parámetros de producción y de las variables de calidad del agua indican que, la longitud de la planta de pepino (Figura 23a y 23b) se vio afectada por la variabilidad de la longitud final, mientras que la del amonio, la de la constante de crecimiento y la de la temperatura tuvieron muy poca importancia.

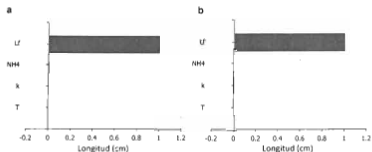


Figura 23. Análisis de sensibilidad de la longitud de la planta de pepino a parámetros de producción y variables de la calidad de agua para densidades de siembras de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). L_f , residuales de longitud final de la planta de pepino, NH_4 , amonio; k , residuales de la constante de crecimiento; y T , temperatura.

Los resultados del análisis de la sensibilidad de la producción de frutos de pepino a la variabilidad de los parámetros de producción y de las variables de calidad del agua indicó que, a una densidad de 30 y 90 organismos m^{-3} (Figura 24a y 24b) se vio afectada principalmente por el amonio, mientras que la biomasa tuvo menos importancia.

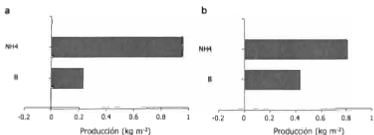


Figura 24. Análisis de sensibilidad de la producción de fruto de pepino a parámetros de producción y variables de la calidad del agua para densidades de siembra de tilapia de 30 (a) y 90 organismos m^{-3} (b). NH_4 , amonio y B , biomasa.

VI. DISCUSIÓN

La práctica de la acuaponía implica mantener el equilibrio del ecosistema en que se basa el sistema de producción. Cada organismo en una unidad de acuaponía tiene un intervalo de tolerancia específica para cada parámetro de calidad del agua. Si bien los intervalos de tolerancia son relativamente similares para peces y plantas, ocurre con frecuencia que algunos organismos no funcionarán en su nivel óptimo (Somerville *et al.*, 2014). En general, se trata de mantener un ecosistema sano con los parámetros de calidad de agua que satisfagan los requerimientos para el cultivo de peces, plantas y bacterias de forma simultánea. Hay ocasiones en las que la calidad del agua tendrá que ser manipulada activamente para cumplir con estos criterios y mantener el sistema funcionando correctamente. Sin embargo, es importante considerar la cantidad de nutrientes que se producen en el sistema acuícola, dado que las plantas deben cubrir sus requerimientos a partir de las descargas, por lo que es necesario evaluar qué plantas pueden asociarse con los cultivos acuícolas de acuerdo al tamaño de los sistemas, la biomasa en cultivo, la producción de nutrientes y las condiciones climáticas (FAO, 2014).

Los requerimientos nutricionales de las plantas son variados, existiendo dos categorías generales de plantas para sistemas acuapónicos con base en dicha demanda. Plantas de hoja que requieren bajo contenido de nutrientes como: lechuga, acelga, albahaca, menta, perejil y cilantro, entre otros; y en el otro extremo, las plantas con alta demanda de nutrientes, como plantas con frutos (tomate, pepinos, berenjenas, fresas, pimientos, etc.) (Somerville *et al.*, 2014).

La temperatura del agua afecta a todos los aspectos de los sistemas de acuaponía. En general, el rango de temperatura es de 18-30 °C. La temperatura tiene un efecto sobre el oxígeno disuelto y el amoníaco; las altas temperaturas producen menos oxígeno disuelto y más amoníaco (tóxico) no ionizado, y además pueden restringir la absorción de calcio en las plantas. La selección de peces y plantas debe ser apropiada para la temperatura donde se ubica el sistema, ya que el

control de la temperatura del agua puede ser muy costoso y de alto consumo energético. Los peces de aguas cálidas (por ejemplo: tilapia, carpa común, pez gato) y bacterias nitrificantes, crecen en altas temperaturas del agua (22-29 °C), al igual que algunas hortalizas, como col y albahaca. En contraste, algunos vegetales comunes, tales como lechuga, acelgas y pepinos crecen mejor a temperaturas más frías (18-26 °C), al igual que peces, como la trucha, que no toleran temperaturas superiores a 18 °C (FAO, 2014).

Los resultados de este trabajo indican que los modelos de producción propuestos describieron y predijeron de manera adecuada la producción de tilapia *O. niloticus*, y las longitudes de las plantas de lechuga (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) y de pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina), así como los pesos del fruto de pepino. Dicha capacidad predictiva, a su vez, se fundamentó en los modelos usados para describir el crecimiento y la supervivencia de los organismos estudiados, así como en los modelos estadísticos utilizados, derivados del análisis de regresión lineal múltiple.

Los modelos de regresión lineal múltiple son considerados predictivos más que herramientas explicativas (Ruiz-Velazco, 2010). No obstante, cabe destacar que las relaciones entre las variables independientes y los parámetros de los modelos de producción estuvieron en concordancia con las relaciones observadas por otros autores sobre cultivo de tilapias y acuaponía, lo que indicó consistencia y confianza en la capacidad predictiva de los modelos. A menudo se recomiendan niveles de significación superiores de 0.05 con el fin de retener más variables de predicción en el modelo de regresión, y reducir así el riesgo de la omisión de variables importantes (Quinn y Keough, 2002). En este estudio, se usó una significación de $p < 0.05$ y $p < 0.1$ para intentar mantener las variables importantes que afectan los parámetros del modelo de inventario o "stock". Algunas variables resultaron excluidas por el análisis de regresión y se considera que las ecuaciones resultantes fueron adecuadas, tomando en cuenta que, en conjunto con el modelo de inventario, permitieron calcular con aproximación satisfactoria las biomásas de tilapia y de fruto

de pepino, así como las longitudes de las plantas de lechuga y pepino registradas en la base de datos.

6.1 Tilapia

El crecimiento de la tilapia (*O. niloticus*) depende de la densidad de cultivo, calidad de los alimentos, el contenido de energía de la dieta, su estado fisiológico, estado reproductivo y factores ambientales como la temperatura, el pH, etc. (Lovell, 1989). En el presente estudio, la tasa de crecimiento de las tilapias disminuyó con el aumento de la densidad de siembra y con el decremento de oxígeno disuelto. Este resultado es coincidente con los hallazgos de Tadesse (2007), quien estudió los efectos de la densidad de población (jaulas de 50, 100 150 y 200 peces m^{-3}) para la misma especie, y encontró que el tamaño y la producción de peces se vieron afectados significativamente por la densidad de población. Canario *et al.* (1998) también estudiaron el efecto de la densidad de población (0.35, 1.3 y 3.2 $kg\ m^{-3}$) sobre el crecimiento de la dorada, *S. aurata*, y se encontraron que los peces en el grupo de mayor densidad creció 25 % más lento que los peces en el grupo de menor densidad. Por otra parte, otras especies de peces [salmón real, *Oncorhynchus tshawytscha* (Martin y Wertheimer, 1989), bagre africano (*Clarias gariepinus*), (Haylor, 1991) y trucha alpina o ártica, *Salvelinus alpinus* (Jorgensen *et al.*, 1993)] también mostraron una relación inversa entre la densidad de población y los parámetros de crecimiento.

El oxígeno disuelto es un requerimiento que limita la producción, y por lo tanto la densidad de siembra de los peces (ISA, 2007), y por ello, en los sistemas de recirculación, debe mantenerse al menos en 4-5 $mg\ L^{-1}$. El oxígeno disuelto puede encontrarse en bajas concentraciones, aproximadamente 1 $mg\ L^{-1}$, e incluso valores menores por cortos periodos de tiempo; sin embargo, a menor concentración de oxígeno, ocurre menor consumo de alimento y por consiguiente se reduce el crecimiento de los peces (Saavedra-Martínez, 2006).

Los resultados también arrojaron que, a menor conductividad eléctrica, la oscilación de la tasa de crecimiento de los peces (C) aumenta, y que a mayor conductividad eléctrica, la duración del periodo transcurrido entre los momentos en que se presentan las máximas (o mínimas) desviaciones del *p*-aso respecto a la tendencia lineal (L) es mayor (Tabla 4). La conductividad eléctrica es un indicador indirecto de la concentración total de sales del agua (Gilsanz, 2007). Aunque es fácil de medir, la conductividad eléctrica no proporciona información acerca de las concentraciones de los nutrientes presentes en forma individual. No se encontró información de las influencias fisiológicas que la conductividad eléctrica puede tener sobre las tilapias.

La temperatura es el factor que más influye en la producción de tilapias (Green *et al.*, 2000). La tilapia es un pez tropical que crece bien entre 25 y 32 °C (Meyer, 1998). Por debajo de 24 °C, la actividad física y el consumo de alimento son significativamente menores (Abdelghany, 1996). La temperatura del agua en los tanques de cultivo usados en este estudio estuvieron dentro del intervalos de valores recomendables para el cultivo de *O. niloticus*. La tilapia, como otros peces, no tolera cambios bruscos de temperatura. Un cambio brusco en temperatura de, por ejemplo 5 °C, afectará negativamente a los peces y eventualmente provocará su muerte (CONAPESCA, 2012).

Durante el experimento referido en este trabajo, la tilapia pudo tolerar la disminución gradual de la temperatura (de 31 a 24 °C) observada en los tanques de cultivo aunque se observó que, en paralelo, hubo una disminución en la tasa de crecimiento. Al parecer, la tasa de crecimiento es alta mientras la temperatura, independientemente de que sea alta o baja, se mantenga relativamente estable. La tendencia constante de la temperatura a disminuir es la que, aparentemente, produce el frenado del crecimiento, aunque éste tiende a ser menos acentuado si la temperatura media en el tanque de cultivo es alta. Esto último se interpreta a partir de los valores del parámetro C de la ecuación de crecimiento (Tabla 4), el cual estima la amplitud de las variaciones (decrementos o incrementos) del peso

alrededor de la tendencia lineal de crecimiento a lo largo del tiempo, y las cuales son menores cuando la temperatura media del tanque es mayor. Los cambios de temperatura pudieron haber generado estrés en los peces provocando cambios metabólicos (osmorregulación e inmunosupresión) que se reflejan en un lento crecimiento (Flores, 2002). No se encontraron antecedentes en la literatura de tales influencias de la temperatura sobre el crecimiento de la tilapia.

En la presente investigación, el coeficiente de variación se utiliza como indicador de incertidumbre de la producción. En el caso de la tilapia, los resultados mostraron que la incertidumbre en su producción aumentó a medida que se incrementó la densidad de siembra y se obtuvieron longitudes más pequeñas. Lo anterior obedece a que el incremento en la variabilidad absoluta (desviación estándar) de la producción no se vio compensado por un incremento suficiente de los rendimientos promedio, lo que resultó en que la variabilidad relativa (coeficiente de variación) fuera mayor a densidades altas. La compensación por incremento de los rendimientos no fue suficiente porque, si bien el incremento de la densidad implicó aumentar la población, también acarrió una disminución del crecimiento y obtención de tallas más chicas. Todo lo anterior implica que existe mayor certidumbre en la obtención de los rendimientos de biomasa que se predicen para las tallas grandes, cuando la tilapia se cultiva a baja densidad.

En general, de acuerdo con el análisis de sensibilidad e independientemente de la densidad de siembra, la variabilidad estocástica de producción de tilapia estuvo influenciada principalmente por la variabilidad del oxígeno disuelto y de los parámetros de crecimiento, mientras que la tasa de mortalidad tuvo importancia media.

Para un crecimiento óptimo del pez en sistemas de recirculación, la calidad del agua se debe mantener dentro de límites específicos con oxígeno disuelto adecuado, un pH aproximadamente neutro y bajas concentraciones de amonio y nitrato (Losordo, Masser y Rakocy, 1998).

El pH es un parámetro importante de la calidad del agua en sistemas de recirculación. Cuando el pH disminuye, el amoníaco se convierte en una forma de amonio menos tóxico. Por lo tanto, el aumento de pH conduce hacia la acumulación de amoníaco no ionizado tóxico en el sistema (Lawson, 1995). Popma y Masser (1999) señalan que la tilapia puede sobrevivir en agua con un pH que oscila desde 5 hasta 10, pero que su respuesta es mejor en un intervalo de 6 a 9 (Saavedra-Martínez, 2006). En el presente experimento el pH estuvo dentro de lo ideal (8.19 ± 0.20) para la tilapia y no tuvo ningún efecto sobre la misma. Este resultado es coincidente con los de Kotzen y Appelbaum (2010) quienes obtuvieron en un sistema acuapónico con tilapia un incremento gradual desde 7.92 hasta 8 y 9.

El alto requerimiento de oxígeno en los sistemas acuapónicos es debido a varios factores. La respiración de los peces, las bacterias nitrificantes y la región radicular de las plantas, sumado a las altas cargas orgánicas que se producen, consumen considerables concentraciones de oxígeno en sus procesos. El oxígeno disuelto que requiere la tilapia para su crecimiento y reproducción es $> 3 \text{ mg L}^{-1}$ y, a concentraciones menores, el metabolismo y el crecimiento disminuyen e incrementa la mortalidad (Wheaton, 1982). De acuerdo con ISA (2007) y CONAPESCA (2012) los intervalos ideales para cultivo de tilapia son de 3 a 10 mg L^{-1} . En este experimento se presentaron niveles de 3.75 a 5.54 ($4.57 \pm 0.5 \text{ mg L}^{-1}$), dentro del intervalo óptimo (4 mg L^{-1}) (Asiain *et al.*, 2011).

Graber y Todt (2004) señalan valores de conductividad eléctrica $< 1.2 \text{ mS cm}^{-1}$ como límite de tolerancia en la producción de peces (tilapia y perca). En este experimento se presentaron valores menores a dicho límite ($0.74 \pm 0.12 \text{ mS cm}^{-1}$), siendo el valor máximo de 1 mS cm^{-1} , ubicándose dentro de los niveles recomendados para tilapias, así como para sistemas acuapónicos (Nelson, 2008): $0.3\text{-}0.8 \text{ mS cm}^{-1}$.

Los niveles de tolerancia de amonio para la tilapia se encuentran en el rango de 0.6 a 2 mg L^{-1} (Cantor, 2007). Para los peces las concentraciones de nitrógeno amoniacal total ($\text{NAT}=\text{NH}_4^++\text{NH}_3$) deberían mantenerse por debajo de 1 mg L^{-1} para

exposiciones de largo tiempo (Timmons *et al.*, 2002). En este experimento se tuvieron valores promedio de $1.92 \pm 1.16 \text{ mg L}^{-1}$, encontrándose dentro del tolerable para la tilapia y concordando con el trabajo de Kotzen y Appelbaum (2010), quienes refieren, para un sistema acuapónico con tilapia, valores de 1.87 mg L^{-1} al principio y de 0 mg L^{-1} al final de los cultivos; mientras que Petrea *et al.* (2014) refieren un promedio de $0.13 \pm 0.058 \text{ mg L}^{-1}$ en un sistema acuapónico con esturión y espinaca.

La tolerancia aceptada para la tilapia de niveles de nitritos es hasta 0.55 mg L^{-1} , aunque en la práctica los valores que se obtienen pueden ser superiores a los 2.5 mg L^{-1} e incluso llegar hasta 7.0 mg L^{-1} , por arriba de los cuales hay toxicidad y mortalidad (CONAPESCA, 2012). Según Masser (1999) y Caló (2011), concentraciones de 5 mg L^{-1} parecen causar un ligero estrés. En general, el nitrito no debe exceder de 5 mg L^{-1} para el cultivo de tilapia (Losordo, 1997) y de 1 mg L^{-1} para un sistema acuapónico (FAO, 2014). En el presente, los niveles de nitrito ($4.25 \pm 2.48 \text{ mg L}^{-1}$) estuvieron por arriba de lo recomendado para el sistema acuapónico, más no se registraron mortalidades que indicaran algún tipo de intoxicación en los peces. Tyson *et al.* (2004) mencionan que con un manejo adecuado de un sistema de recirculación acuícola deben tenerse bajas concentraciones de nitritos ya que, al producirse, es transformado casi de inmediato a nitratos.

Una de las fases del filtro biológico es la de activación (alta concentración de nitritos), seguida por la fase de madurez, la cual es la ideal para la buena marcha del sistema. Un filtro biológico se considerará maduro cuando las poblaciones microbianas oxiden rápidamente todos los aportes de amonio a nitratos, sin apenas aparición de los nitritos intermedios (Wortman y Wheaton, 1991). Es posible que en este estudio los biofiltros se encontraran en fase de activación y no en la de madurez. Los niveles de nitritos deben ser casi nulos ya que son factores limitantes en los cultivos marinos en circuitos cerrados y deben ser retirados para mantener el medio en buenas condiciones (Wickins, 1983).

El nitrato, producto final de la nitrificación, no es tóxico para los peces, excepto en niveles muy altos. De acuerdo con Bautista-Covarrubias y Ruiz-Velazco (2011) los

niveles de nitratos entre 0 y 40 mg L⁻¹ son generalmente seguros para las tilapias, a partir de los 300 mg L⁻¹ son tóxicos (Masser, 1999; Caló, 2011), aunque pueden llegar a tolerar hasta 400 mg L⁻¹ (Lim y Webster 2006, Palm *et al.*, 2014). Los resultados de este trabajo arrojan valores medios de 122.29 ± 64.34 mg L⁻¹ sin ser tóxicos y tolerables para los peces, encontrándose dentro del intervalo aceptado para acuaponía (5-150 mg L⁻¹) (Somerville *et al.*, 2014).

Para el cultivo de tilapia la concentración de fosfato debe oscilar entre 0.5 y 1.5 mg L⁻¹ (CONAPESCA, 2010). En este estudio se tuvo un valor medio mayor (4.01 ± 2.16 mg L⁻¹), pero eso no indica que haya sido un factor limitante para el crecimiento y desarrollo del pez, ya que en el agua de los sistemas de cultivo de peces de recirculación intensiva puede tener niveles totales de hasta 53 mg L⁻¹ (Fitzsimmons, 1992).

6.2 Plantas

La ecuación de crecimiento utilizada (Serna-Gallo *et al.*, 2014) para el modelado del crecimiento de las plantas fue empleada originalmente para modelar el crecimiento de la concha nácar *Pteria sterna*; aun así, se observó que a pesar de ello, el modelo se ajustó bien a los diferentes conjuntos de datos de crecimiento de las plantas, lo que indica que también es adecuada para modelar el crecimiento, de lechugas y pepinos.

6.2.1 Lechuga

Los modelos de regresión lineal múltiple para la lechuga, mostraron que mayores densidades de siembra de peces de tilapia producen mejores crecimientos de lechuga, pues se obtienen mayores tallas finales (Tabla 5). Esto puede deberse a que mayores densidades de siembra de peces producen mayor cantidad de nutrientes, particularmente nitratos que son la forma más accesible para las plantas (FAO, 2014). En este estudio se confirma lo anterior ya que, con excepción de los

fosfatos, la concentración del resto de los nutrientes se incrementó significativamente a medida que aumentó la densidad de tilapia. Rackocy (2012) sugiere una densidad de 75 a 150 organismos m^{-3} de tilapia para alcanzar los niveles de nitratos necesarios.

En este estudio se encontraron relaciones inversas entre la longitud final de la lechuga, los nitritos y la conductividad eléctrica (Tabla 5). En el caso de la concentración de nitritos se obtuvieron valores medios de $4.25 \pm 2.48 \text{ mg L}^{-1}$, superiores a los recomendados para el sistema acuapónico (1 mg L^{-1}) (FAO, 2014). Como se mencionó anteriormente, esto puede ser atribuible al funcionamiento del biofiltro en su fase de activación, en vez de en la fase de madurez.

En lechugas, los resultados mostraron que el parámetro k se incrementó con mayores valores temperatura y pH (Tabla 5). Esto es indicativo de que, a mayor temperatura y pH en el sistema, el crecimiento es lento al inicio del periodo de cultivo, y que aumenta progresivamente hasta el final del periodo. Rakocy *et al.* (2006) mencionan que la temperatura óptima para el adecuado crecimiento de las plantas es de $23.8 \text{ }^{\circ}\text{C}$, y temperaturas superiores a esta pueden ocasionar disminución del crecimiento (Nelson, 2007; Nelson, 2008). Por otra parte los valores ideales para pH son de 6 a 7 para un sistema acuapónico (Lara, 2000; Rakocy, 2012). Sin embargo, se ha propuesto que en un sistema acuapónico el pH debe mantenerse por encima de 7.0 para promover la nitrificación (Rakocy, 2005). Los valores medios de temperatura y pH en el presente trabajo estuvieron por arriba de lo recomendado, lo que pudo haber causado lentitud en el crecimiento, lo que se refleja en los valores del parámetro k .

Los resultados mostraron que la incertidumbre de la longitud media de la lechuga, disminuyó a medida que aumentó la densidad de siembra de la tilapia. En contraste a la tilapia, el incremento de la densidad no produce un efecto negativo sino que, por el contrario, genera mayor cantidad de nutrientes y mejores crecimientos y rendimientos, lo que se traduce en una variabilidad relativa menor (valores del coeficiente de variación menores). Lo anterior significa que existe mayor

certidumbre de obtener tallas grandes de lechuga cuando recibe efluentes más ricos en nutrientes.

En general, de acuerdo con el análisis de sensibilidad e independientemente de la densidad de siembra, la variabilidad estocástica de las longitudes de lechuga estuvo influenciada principalmente por la variabilidad de los parámetros de crecimiento (L_t , k) y las variables de calidad de agua (NO_2 , CE y T) mientras que el pH tuvo importancia muy baja.

Somerville *et al.* (2014) refieren un crecimiento de plantas de lechuga de 20 a 30 cm de altura en un lapso de tiempo de 24 a 32 días recomendándolo para un sistema hidropónico NFT (Técnica de Flujo de Nutrientes). El crecimiento de lechuga obtenido en el presente trabajo en el mejor de los casos (densidad de 90 organismos m^{-3} de tilapia), se aproxima a esas cifras, habiéndose alcanzado 21 cm de altura a los 36 días.

En general, el rango de temperatura para un sistema acuapónico es de 18 a 30 °C (manejándose con respecto a las especies de peces y plantas cultivadas) (Somerville *et al.*, 2014). La temperatura media en este experimento fue de 27.89 ± 2.77 °C estando dentro del intervalo de tolerancia para un sistema acuapónico. La temperatura óptima para lechuga es de 15-22 °C (FAO, 2014). Lo anterior produjo que, como se explicó con anterioridad, haya habido crecimiento lento de las plantas y que la calidad de la lechuga se haya deteriorado debido a la acumulación de látex amargo en su sistema vascular (FAO, 2006).

Rakocy (2005) ha propuesto que en un sistema acuapónico el pH debe mantenerse por encima de 7.0 para promover la nitrificación. El pH en este experimento registró una media de 8.26 ± 0.3 el cual es mayor al propuesto para un sistema acuapónico, esto coincidente con lo reportado por Cani *et al.* (2013) quienes, para un sistema NFT de recirculación acuapónico de lechuga (densidad de 100 tilapias m^{-3}), reportaron un pH promedio inicial de 7.83 ± 0.46 , y final por arriba de 8. Asimismo, es posible que estos valores elevados de pH durante el experimento

hayan tenido algún efecto para la absorción de los nutrientes en la lechuga, provocando bajo crecimiento, clorosis (amarillez de las hojas) (30% del total de lechugas) y mortalidad (15% del total de lechugas). El pH apropiado para la lechuga es de 6.0 a 6.5 (Aubert, C., 1997). A un pH óptimo de una solución nutritiva se logra regular el contenido de HCO_3^- , solubilizar al H_2PO_4^- y evitar la precipitación de Fe^{2+} y Mn^{2+} (Lara, 2000), por lo que es recomendable realizar, en las próximas investigaciones, la medición de estos iones disponibles en el agua, así como realizar análisis frecuentes de los nutrientes esenciales que se absorben en el tejido vegetal.

La presencia de oxígeno es estrictamente necesaria para el desarrollo de la planta y el crecimiento de las raíces. A mayor temperatura, los valores de oxígeno disuelto disminuyen (Gilsanz, 2007). En el presente trabajo se tuvo una media de $4.66 \pm 0.47 \text{ mg L}^{-1}$, cercano al límite mínimo de 5 mg L^{-1} recomendado por Somerville *et al.* (2014) para un sistema acuapónico. Al-Hafedh *et al.* (2008) reportan valores de 4 a 6.7 mg L^{-1} con un promedio de 5.5 mg L^{-1} en los tanques de cultivo del sistema de acuaponía (densidad de 160 peces m^{-3}). En contraste, Cani *et al.* (2013) reporta, para un sistema NFT de recirculación acuapónico de lechuga con una densidad de 100 tilapias m^{-3} , $3.23 \pm 0.55 \text{ mg L}^{-1}$. Una concentración por debajo de los 3 mg L^{-1} produce una disminución del crecimiento radical y cambia la raíz a un color pardo, lo que se puede considerar como el primer síntoma de la falta del oxígeno (Favela *et al.*, 2006).

La conductividad eléctrica recomendada para sistemas acuapónicos está entre 0.3 y 0.8 mS cm^{-1} (Nelson, 2008), niveles que están por debajo de los que pueden ser tóxicos para la tilapia del Nilo ($< 2 \text{ mS cm}^{-1}$, Timmons, 2002). Graber y Todt (2004) recomiendan límites de tolerancia de conductividad eléctrica en un sistema acuapónico para perca (con pepinos y tomate) de 0.4 a 1.1 mS cm^{-1} mientras que para tilapia (con berenjenas) de 0.35- 0.68 mS cm^{-1} . En este experimento se presentaron valores promedio de $0.74 \pm 0.12 \text{ mS cm}^{-1}$, dentro de lo recomendado para la producción. Rakocy (2006) recomienda que la conductividad eléctrica debe estar entre 1.5 y 3.0 mS cm^{-1} para cultivos hidropónicos, mientras Nelson (2008)

sugiere que debe estar entre 1.5 y 1.8 mS cm^{-1} para un óptimo crecimiento y desarrollo vegetal. Lo anterior, no indica que los sistemas usados para este trabajo hayan sido pobres en nutrientes, como ya se explicó anteriormente.

Los niveles de tolerancia de amonio para un sistema acuapónico son $< 1 \text{ mg L}^{-1}$ (FAO, 2014). En este experimento se tuvieron valores promedio de $1.82 \pm 1.05 \text{ mg L}^{-1}$ del ion amonio, siendo superior a lo ideal. Kotzen y Appelbaum (2010) refieren concentraciones de amonio de 1.87 mg L^{-1} al principio y de 0 mg L^{-1} al final de un experimento en un sistema acuapónico con tilapia, mientras que Petrea *et al.* (2014) refieren en promedio $0.13 \pm 0.058 \text{ mg L}^{-1}$ en un sistema acuapónico con esturión y espinaca. El amonio requiere de su inmediata asimilación debido a que este ion es tóxico para la planta. La absorción de amonio por las raíces de las plantas puede ser suficiente para reducir la dependencia de la nitrificación en el biofiltro para la eliminación de amoniaco en los sistemas de acuaponía (Verhagen *et al.*, 1994). Para cultivos de lechuga en sistemas hidropónicos se proponen concentraciones de 10 mg L^{-1} (Shippers *et al.*, 1980) y de 14 mg L^{-1} (Scuderi *et al.*, 2009).

El nitrato es la principal forma iónica de absorción de nitrógeno para las plantas, el intervalo aceptado para acuaponía es de 5 a 150 mg L^{-1} (Somerville *et al.*, 2014). Los resultados de este trabajo arrojan datos con valores medios de $123.26 \pm 65.2 \text{ mg L}^{-1}$ sin ser tóxicos y tolerables para las plantas, encontrándose dentro del intervalo aceptado para acuaponía. Las concentraciones de nitrato en soluciones hidropónicas van de 50 a 280 mg L^{-1} (Resh, 2004). Los niveles de nitrógeno aceptables desde el principio son alrededor de 100 mg L^{-1} y durante el crecimiento de 200 mg L^{-1} (Liedl *et al.*, 2004; Rakocy *et al.*, 2006).

El fósforo es un macronutriente, que es asimilado por las plantas en su forma iónica ortofosfato (H_2PO_4^- , HPO_4^{2-} , PO_4^{3-}). Es esencial para la etapa vegetativa y la floración en el crecimiento de las plantas respectivamente. Los experimentos acuapónicos informan un intervalo de $1-17 \text{ mg L}^{-1}$ de fosfato (Villarreal *et al.*, 2011). Valores de hasta $8.07 \pm 3.04 \text{ mg L}^{-1}$ han sido referidos por Petrea *et al.* (2014), para

un sistema acuapónico con una densidad de 184 organismos m^{-3} (*A. stellatus*) y espinacas. Por otra parte, Wilson (2004) reporta un valor promedio de $3.87 \pm 0.71 \text{ mg L}^{-1}$ para un sistema acuapónico de flujo constante. Los valores promedio de este experimento fueron $4.11 \pm 2.06 \text{ mg L}^{-1}$ encontrándose dentro de los valores permitidos para un sistema acuapónico. Las concentraciones recomendadas estándar en hidroponía son generalmente entre 40 y 60 mg L^{-1} de fosfato (Sikawa *et al.*, 2010).

6.2.2 Pepino

Los modelos de regresión lineal múltiple para plantas de pepinos mostraron que, a mayores densidades de siembra de peces de tilapia, se producen mejores crecimientos de las plantas, reflejándose en mayores tallas finales (Tabla 6).

La planta de pepino tolera temperaturas de 22-28 °C (FAO, 2014). Con altas temperaturas se incrementa el crecimiento vegetativo en una magnitud mayor que la deseable y disminuye la fructificación (Graves, 1983). En el experimento referido en este trabajo, la temperatura promedio en ambos ciclos de producción ($27.89 \pm 2.77 \text{ °C}$) favoreció el crecimiento rápido al principio del cultivo. Ello tuvo como consecuencia el que el parámetro k de la ecuación de crecimiento, presentara una relación inversa con la temperatura (Tabla 6). De igual forma, el parámetro k se relacionó inversamente con la concentración de amonio. Ello puede deberse a que, como se mencionó para el caso de la lechuga, los niveles de amonio en este estudio estuvieron por arriba de lo recomendado para un sistema acuapónico, produciendo un efecto negativo en la respuesta del crecimiento.

La tasa instantánea de mortalidad (z) se incrementó a mayores valores de pH en la planta de pepino, muy probablemente como consecuencia de que los valores de pH registrados para este estudio fueron mayores que los ideales para un sistema acuapónico (FAO, 2014). Tyson *et al.* (2008) en su trabajo con pepinos y altas densidades de tilapia, recomienda para los sistemas de recirculación acuapónicos un

manejo de pH cercano a favorecer la nitrificación (7.5 a 8.0) para convertir de manera eficiente los residuos de amoníaco a nitrógeno nítrico. También Okemwa (2015) sugiere que mediante el mantenimiento del pH del agua más cerca del óptimo para la nitrificación (pH 7.5 a 8.0) en lugar de la óptima para la producción de plantas (pH 5.5 a 6.5), los rendimientos de la planta no se reducen, y la sostenibilidad del sistema se podría mejorar. El proceso de nitrificación de las bacterias disminuye naturalmente el pH de un sistema hidropónico a partir del proceso de nitrificación, cuando las bacterias liberan iones de hidrógeno durante la conversión de amonio a nitrato, se producen concentraciones débiles de ácido nítrico. Con el tiempo, el sistema hidropónico se convertirá gradualmente en más ácido, principalmente como resultado de esta actividad bacteriana (Somerville *et al.*, 2014).

Los resultados mostraron que las certidumbres en la obtención de la longitud media de la planta de pepino y de la biomasa del fruto aumentaron a medida que se incrementó la densidad de siembra de la tilapia. Lo anterior obedece a las mismas razones mencionadas anteriormente respecto a la incertidumbre en la producción de lechuga, y significa también que hay mayor certidumbre en obtener mayores plantas y frutos de pepino cuando reciben aguas más ricas en nutrientes.

En general, de acuerdo con el análisis de sensibilidad e independientemente de la densidad de siembra, la variabilidad estocástica de producción de las longitudes de las plantas de pepino estuvo influenciada principalmente por la variabilidad del parámetro de crecimiento (L_i) mientras que las variables de calidad de agua (NH_4 y T) y la constante de crecimiento (k) no tuvieron mucha importancia. En el caso del fruto de pepino, la variabilidad estocástica de su producción estuvo influenciada principalmente por el amonio y la biomasa, independientemente de la densidad de siembra de la tilapia.

Somerville *et al.* (2014) refieren un crecimiento de plantas de pepino de 20 a 200 cm de altura en 55 a 65 días, recomendándolo para un sistema hidropónico NFT. En este estudio, los pepinos alcanzaron una altura de 172.5 cm (densidad de 90

organismos m^{-3} de tilapia) y 82.81 cm (densidad de 30 organismos m^{-3} de tilapia) a los 49 días, similar a las referidas por dichos autores, aunque en menos tiempo.

La temperatura adecuada para el pepino varía en función de las fases del cultivo. Para el crecimiento de la planta, la temperatura para el día es de 21 °C, y para la noche de 19 °C (Vasco, 2002). Un régimen de temperatura alta conduce a un crecimiento vegetativo más vigoroso de plantas, en contraste con un régimen de temperatura baja (Amuyunzu *et al.*, 1997). Para el desarrollo de fruto, la temperatura óptima para el día es de 19 °C, y para la noche de 16 °C, cuando se tiene mayor temperatura hasta 25 °C por el día, se alcanza la producción precoz (primera cosecha) (Vasco, 2002). Marcellis y Baan (1993) mencionan que el desarrollo del fruto de pepino está estrechamente relacionado con la temperatura, que cuando se cuenta con el suministro necesario de nutrientes y se aumenta la temperatura, se acelera la tasa de crecimiento, lo que resulta en un aumento en el peso final del fruto. En términos generales, se puede considerar que las temperaturas son variables, desde 20 °C a 30 °C durante el día (Vasco, 2002). En el experimento referido en este trabajo, la temperatura promedio fue de 27.89 ± 2.77 °C durante el día, encontrándose en general, dentro del intervalo y en un umbral de temperatura como subóptimo para el desarrollo del fruto de pepino (Vasco, 2002).

INIFAP (1996) reporta, en un cultivo de piso de pepino variedad Carolina en la costa de Nayarit, un peso promedio del fruto de 172 g. De acuerdo con los resultados de esta investigación, se obtuvo un peso promedio inferior ($79.44 \text{ g} \pm 35.29$ en una densidad de siembra de tilapia de 90 organismos m^{-3}). Para cultivos de gran demanda nutricional (como los de fruto de pepino), es importante utilizar sistemas acuapónicos que se encuentren maduros. Un sistema maduro podrá generar mejor calidad de nutrientes y de una forma más estable (Caló, 2011) y, por ende, un buen desarrollo de los frutos del pepino.

VII. CONCLUSIONES

Se logró desarrollar cuatro modelos deterministas y cuatro estocásticos para predecir y analizar la producción en el sistema de recirculación acapónico de tilapia (*Oreochromis niloticus*), lechuga (*Lactuca sativa*, var. Parris Island) y pepino (*Cucumis sativus* var. Carolina) en condiciones de invernadero.

Se analizaron y propusieron, diferentes esquemas de manejo del cultivo integrado, a fin de estimar el incremento de la producción con el aumento de las densidades de siembra de la tilapia. Los resultados obtenidos con los modelos indican que el principal factor para obtener una mayor producción fue el incremento de la densidad de siembra de tilapia hasta 90 organismos m^{-2} .

Se analizó la incertidumbre de la producción a partir de los esquemas de manejo. Los resultados muestran que el aumento de la densidad de siembra de tilapia da lugar a un aumento de la producción media del pez, así como su incertidumbre; en el caso de la planta de lechuga y pepino, el aumento de la densidad de siembra de tilapia proporciona un incremento de la longitud media de ambas plantas, así como su reducción de incertidumbre. Para el fruto del pepino, a mayor densidad de siembra de tilapia se proporciona un incremento de la producción media del fruto, así como una disminución de su incertidumbre.

Fue posible realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros de cada uno de los modelos, con la finalidad de establecer cuáles son los más importantes para la variabilidad de la producción, en particular la producción de peces se vio afectada principalmente por el oxígeno disuelto, para la longitud de la lechuga y pepino se vio influida por la variabilidad de la longitud final, y la producción de frutos por el amonio.

Los modelos desarrollados pueden ser utilizados para determinar, en futuras investigaciones y por medio de análisis bioeconómico, la mejor estrategia de cosecha teniendo en cuenta el peso en fresco óptimo de lechuga y del fruto del pepino, los costos de producción y la estacionalidad de los precios.

VIII.REFERENCIAS

- Abdelghany, A.E. 1996. Effect of winter-feeding on the growth rate, food conversion and survival of Nile tilapia and common carp in Egypt. Central Laboratory of Fish Research, Abbassa, Abohamad, Sharkia, Egypt. Israeli Journal of Aquaculture Bamigdeh 48: 69-77.
- Al-Hafedh, Y.S., Alam, A. and Beltagi, M.S. 2008. Food production and water conservation in a recirculating aquaculture system in Saudi Arabia at different ratios of fish feed to plants. Journal of the World Aquaculture Society 39: 510-520.
- Allen, P.G., Botsford, L.W., Schuur, A.M. and Johnston, W.E. 1984. Bioeconomics of Aquaculture. Elsevier, Amsterdam 351p.
- Alonso, M., Tijerina, L., Sánchez, P., Martínez, A., Aceves, L. y Escalante, J. 2003. Modelo logístico: herramienta para diagnosticar el cuánto y cuándo fertilizar. Terra Latinoamericana 21: 225-231.
- Amuyunzu, P.A., Chweya, J.A., Rosengartner, Y. and Mendlinger, S. 1997. Short communication Effect of different temperature regimes on vegetative growth of melon plants. African Crop Science Journal 5: 77-86.
- Ascencio, J. y Fargas, J.F. 1973. Análisis del crecimiento del frijol (*Phaseolus vulgaris* L. var.) cultivado en solución nutritiva. Turrialba 23: 420-428.
- Asiain, H.A., Fernández, D.B., Reta, M.J.L. y Suárez, S.C.A. 2011. Manual de acuicultura para la producción de mojarra tilapia (*Oreochromis* spp). Colegio de Postgraduados. Montecillos, Texcoco, Estado de México. 32 p.
- Aubert, C. 1997. El huerto biológico. RBA Integral, Barcelona, España 256 p.
- Ayyub, B.M. 2014. Risk Analysis in Engineering and Economics, CRC Press, Boca Raton, FL. 603 p.
- Bautista, C.J. y Ruíz-Velazco, J.M.J. 2011. Calidad de agua para el cultivo de tilapia en tanques de geomembrana. Revista Fuente 3: 10-14.
- Barraza, F. 2012. Acumulación de materia seca del cultivo de pepino (*Cucumis sativus* L.) en invernadero. Temas Agrarios 17: 18-29.

- Boite, J.P., Nath, S.S. and Ernst, D.E. 1995. POND: a decision support system for pond aquaculture. In: Egna, H.S., Bowman, J., Goetze, B., Weidner, N. (Eds.), Twelfth Annual Technical Report. Pond Dynamics: Aquaculture CRSP, Oregon State University, Corvallis, OR. p. 48-67.
- Brøndum, J.J. and Heins, R.D. 1993. Modelling temperature and photoperiod effects on growth and development of dahlia. *Journal American Society for Horticultural Science* 118: 36-42.
- Caló, P. 2011. Introducción a la Acuaponia. Centro Nacional de Desarrollo Acuícola (CENADAC) p. 4-7.
- Calvo, R., González, J. y Pérez, S. 1994. Manual de Modelos No Lineales en los Ámbitos Agronómico, Ganadero y Forestal. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Madrid, España 110 p.
- Canario, A., Condeca, J., Power, D. and Ingleton, P. 1998. The effect of stocking density on growth in gilthead sea-bream, *Sparus aurata* (L.). *Aquaculture Research* 29: 177-181.
- Cani, A.C.P., Azevedo, R.V.de., Pereira, R.N., Oliveira, M.A.de, Chaves, M.A. and Braga, L.G.T. 2013. Phytodepuration of the effluents in a closed system of fish production *Revista Brasileira De Saude E Producao Animal*. 14: 371-381.
- Cantor, F. 2007. Manual de producción de tilapia. Secretaria de Desarrollo Rural del Estado de Puebla. Puebla, México. 97 p.
- Casierra-Posada, F., Hernández, D.I., Lüdders, P. y Ebert, G. 2003. Crecimiento de frutos y ramas de manzano 'Anna' (*Malus domestica* Borkh) cultivado en los altiplanos colombianos. *Agronomía Colombiana* 21: 69-74.
- Casierra-Posada, F., Barreto, V.E. y Fonseca, O.L. 2004. Crecimiento de frutos y ramas de duraznero (*Prunus persica* L. Batsch, cv. 'Conservero') en los altiplanos colombianos. *Agronomía Colombiana* 22: 40-45.
- Castillo, C.D., Zavala, L.I., Ruiz-Velazco, J.M.J., Radilla, G.A., Nieto, N.T., Romero, B.C. and González, H.J. 2015. Implementación of an experimental nutrient film technique-type aquaponic system. *Aquacultural international*. 24: 637-646.

- Castro, R.S., Azevedo, C.M.S.B. and Bezerra-Neto, F. 2006. Increasing cherry tomato yield using fish effluent as irrigation water in Northeast Brazil. *Scientia Horticulturae* 110: 44-50.
- Charles-Edwards, D., Doley, D. and Rimmington, G. 1986. *Modeling Plant Growth and Development*. Academic Press Australia. Australia. 235 p.
- Chaves, P.A., Laird L.M., Sutherland, R. and Beltrajo, J. S. 2000. Assesment of fish culture water improvement through the integration of hydroponically grown lettuce. *Water Science and Technology* 42: 43-47.
- Clark, C.W. 1974. *Mathematical Bioeconomics. Tile Optimal Management of Renewable Resources*. John Wiley & Sons, New York. 313 p.
- Cuenca, M.L., Stickney, R.R. and Grant, W.E. 1985. Fish bioenergetics and growth in aquaculture ponds: individual fish growth model development. *Ecological Modelling* 27: 169-190.
- CONAPESCA (Comisión Nacional de Pesca y Acuicultura). 2010. Plan maestro en el estado de Sinaloa. Instituto Sinaloense de Acuicultura 14 p.
- CONAPESCA (Comisión Nacional de Pesca y Acuicultura). 2012. Criterios técnicos t económicos para la producción sustentable de tilapia en México. Comité Nacional Sistema Producto tilapia A.C. 96 p.
- van Dam, A.A. and Pauly, D. 1995. Simulation of the effect of oxygen on food consumption and growth of Nile Tilapia *Oreochromis niloticus* (L.). *Aquaculture Research* 26: 427-440.
- van Dam, A.A. and de Vries, P. 1995. Parameterisation and calibration of a model to simulate effects of feeding level and feed consumption on growth of *Oreochromis niloticus* (L.) and *Oncorhynchus mykiss* (Walbaum). *Aquaculture Research* 26: 415-425.
- Davidson, J., Helwig, N. and Summerfelt, S.T. 2008. Fluidized sand biofilters used to remove ammonia, biochemical oxygen demand, total coliform bacteria, and suspended solids from an intensive aquaculture effluent. *Aquacultural Engineering* 39: 6-15.

- Erwin, J.E. and Heins, R.D. 1990. Temperature effects on lily development rate and morphology from the visible bud stage until anthesis. *Journal American Society for Horticultural Science* 115: 644-646.
- Evans, G. 1972. *The Quantitative Analysis of Plant Growth*. Blackwell Scientific Publications, Oxford, England, Great Britain 733 p.
- FAO, 2006. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura. Cultivo de lechuga. <http://www.fao.org>
- FAO, 2014. Small-scale aquaponics food production. Integrated fish and plant farming. El estado mundial de la pesca y la acuicultura. Fisheries and Aquaculture Department. FAO, Rome 262 p.
- FAO, 2015. FAO Global Aquaculture Production database updated to 2013-Summary information. <http://www.fao.org/fishery/statistics/en> (revisado el 15 de diciembre 2015)
- Favela, C.E., Preciado, R.P. y Benavides, M.A. 2006. Manual para la preparación de soluciones nutritivas. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Departamento de Horticultura 148 p.
- Fisher, P.R. and Heins, R.D. 1996. The greenhouse care system: a decision support system for height control and scheduling of potted flowering plants. *Acta Horticulturae* 417: 41-45.
- Fitzsimmons, K.M. 1992. Use of reclaimed water for Lakeside and other urban lakes. ERL Report 92112. Report to TUCSON WATER.
- Flores, C.Q. 2002. Respuestas neuroendócrinas al estrés en peces teleósteos. *Revista de Ictiología* 10: 57-78.
- Gardner, F., Pearce, R. and Mitchell, R. 1990. *Physiology of Crop Plants*. Ed. Iowa University Press: AMES. U.S.A. 327 p.
- Geraud, F., Chirinos, D., Marín, M. y Chirinos, D. 1995. Desarrollo de la planta de tomate, *Lycopersicon esculentum* Miller, cv. Rio Grande en la zona del río Limón del estado Zulia, Venezuela. II. Índice de crecimiento relativo, razón de peso foliar y gamma. *Revista de la Facultad de Agronomía (LUZ)* 12: 15-23.

- Ghaly, A.E., Kamal, M. and Mahmoud, N.S. 2005. Phytoremediation of aquaculture wastewater recycling and production of fish feed. *Environ. International* 31: 1-13.
- Gijzen, H. 1992. Simulation of photosynthesis and dry matter production of greenhouse crops, Simulation Report CABO-TT Nr. 28, 1992. CABO-DLO. Wageningen, The Netherlands. 69 p.
- Gilsanz, J.C. 2007. Hidroponia. Programa Nacional de Producción Hortícola Estación Experimental Las Brujas. Instituto Nacional de Investigación Agropecuaria (INIA). Editado por la Unidad de Comunicación y Transferencia de Tecnología. Uruguay. 31 p.
- de Graaf, G.J. 2004. Optimization of the pond rearing of Nile tilapia (*Oreochromis niloticus niloticus* L.): the impact of stunting processes and recruitment control. PhD Thesis, Wageningen University, Wageningen, the Netherlands.
- de Graaf, G.J., Dekker, P.J., Huisman, B. and Verreth, J.A.J. 2005. Simulation of Nile tilapia (*Oreochromis niloticus* L.) culture in ponds, through individual-based modeling, using a population dynamic approach. *Aquaculture Research* 36: 455-471.
- Graber, A. and Todt, D. 2004. Integrierte Fisch- und Pflanzenproduktion in Aquaponic. *Deutscher Gartenbau* 16: 36-37.
- Graves, C.J. 1983. The nutrient film technique. *Horticultural Reviews* 5: 1-44.
- Green, B., Teichert-coddington, D. y Hanson, T. 2000. Desarrollo de tecnologías semi-intensivas para la acuicultura en Honduras. Alabama Agricultural Experiment Station, Auburn University, Alabama, U.S.A. 48 p.
- Gulland, J.A. 1969. Manual of methods for fish stock assessment. Part 1. Fish population analysis. *FAO Manual of Fisheries Science* 4: 154 p.
- Hanson, A., Yabes, J. and Primavera, L.P. 2008. Cultivation of lemon basil, *Ocimum americanum*, in two different hydroponic configurations supplemented with various concentrations of tilapia aquaculture. *Bios* 79: 92-102.



- Haylor, G. 1991. Controlled hatchery production of *Clarias gariepinus* (Burchell, 1922): growth and survival of fry at high stocking density. *Aquaculture and Fisheries Management* 22: 405-422.
- Hepher, B. and Pruginin, Y. 1980. Tilapia culture in ponds under controlled conditions. In: *Biology and Culture of Tilapias* (ed. R.S.V. Pullin and R.H. Lowe-McConell), ICLARM, Conference Proceeding 7, Manila, Philippines p. 185-203.
- Hernández-Llamas, A. and Zarain-Herzberg, M. 2011. Bioeconomic modeling and risk analysis of raising shrimp *Litopenaeus vannamei* in floating cages in northwestern Mexico: Assessment of hurricane hazard, stochastic variability of shrimp and feed prices, and zootechnical parameters. *Aquaculture* 314: 261-268.
- Hunt, R. and Parsons, I. 1974. A computer program for deriving growth-functions in plant growth-analysis. *Journal of Applied Ecology* 11: 297-307.
- Hunt, R. 1978. *Plant Growth Analysis*. Studies in Biology No. 96. The Institute of Biology's. Edward Arnold (Publishers) Limited, London, U.K. 67 p.
- Hunt, R. 1982. Plant growth analysis: second derivatives and compounded second derivatives of splined plant growth curves. *Annals of Botany* 50: 317-328.
- Hunt, R. 1990. *Basic growth analysis. Plant growth analysis for beginners*. Unwin Hyman, Boston 112 p.
- Hunt, R., Causton, D.R., Shipley B. and Askew, A.P. 2002. A modern tool for classical plant growth analysis. *Annals of Botany*. 90: 485-488.
- Hunt, R. 2003. Growth analysis, individual plants. In: Thomas, B.; Murphy, D. J.; Murray, D. *Encyclopedia of applied plant sciences*. London. Academic Pressp. p. 588-596.
- Ioslovich, I. and Seginer, I. 2002. Acceptable nitrate concentration of greenhouse lettuce: two optimal policies. *Biosystems Engineering* 83: 199-215.
- Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). 1996. *Guía para cultivar pepino de piso en la costa de Nayarit*. Centro de

investigación regional del pacifico centro campo experimental Santiago Ixcuintla. 15 p.

- Instituto Sinaloense de Acuicultura (ISA). 2007. Plan Maestro Tilapia del Sistema Producto Sinaloa. http://www.conapesca.gob.mx/work/sites/cona/resources/PDFContent/8553/PME_Tilapia_Sinaloa.pdf (revisado el 30 de febrero de 2014).
- Jean, R.V. 1984. Mathematical Approach to Pattern and Form in Plant Growth. Wiley-Interscience Publication. New York, U.S.A. 221 p.
- Jorgensen E., Christiansen, J. and Jobling, M. 1993. Effects of stocking density on food intake, growth performance and oxygen consumption in Arctic charr (*Salvelinus alpinus*). *Aquaculture* 110:191-204.
- Kotzen, B. and Appelbaum, S. 2010. An investigation of aquaponics using brackish water resources in the Negev Desert. *Journal of Applied Aquaculture* 22: 297-320.
- Krug, H. 1985. Growth processes and crop growth modelling. *Acta Horticulturae* 174:193-204
- Krug, H. and Liebig, H.P. 1979. An ecological production model as a base for economic calculations. *Acta Horticulturae* 97: 41-421
- Krug, H. and Liebig, H.P. 1988. Static regression models for planning greenhouse production. *Acta Horticulturae* 230: 427-430.
- Krug, H. and Liebig, H.P. 1995. Models for planning and control of transplant production in climate controlled greenhouses: II. Production control. *Gartenbauwiss* 60: 22-28.
- Lara, H.A. 2000. Manejo de la solución nutritiva en la producción de tomate en hidroponía. *Terra Latinoamericana* 17: 221-229.
- Larsen, R.U. 1988. A prediction model of the developmental rate of the pot plant *Senecio X hybridus* Hyl: a case study. *Acta Horticulturae* 230: 381-388.
- Larsen, R.U. and Hide'n, C. 1995. Predicting leaf unfolding in flower induced shoots of greenhouse grown chrysanthemum. *Science Horticultural* 63: 225-239.

- Lawson, T.B. 1995. *Fundamentals of Aquacultural Engineering*. Chapman & Hall, New York. 355 p.
- Leopold, C. 1974. *Plant growth analysis and development*. McGraw-Hill Book Company, New York. 466 p.
- Liedl, B.E., Cummins, M., Young, A., Williams, M.L. and Chatfield, J.M. 2004. Hydroponic lettuce production using liquid effluent from poultry waste bioremediation as a nutrient source. *Acta Horticulturae (ISHS)* 659: 721-728.
- Lieth, J.H., Fisher, P.R. and Heins, R.D. 1996. A phasic model for the analysis of sigmoid patterns of growth. *Acta Horticulturae* 417: 113-117.
- Lim, C. and Webster, C.D. 2006. *Tilapia: Biology, Culture, and Nutrition*. Haworth Press, New York. 678 p.
- Liu, K.M. and Chang, W.Y.B. 1992. Bioenergetic modelling of effects of fertilization, stocking density, and spawning on growth of Nile tilapia, *Oreochromis niloticus*. *Aquaculture Fisheries Manage* 23: 291-301.
- Losordo, T.M. 1997. Tilapia culture in intensive recirculating systems. In: Costapierce, B. and Rakocy, J. (editors), *Tilapia Aquaculture in the Americas* volume 1. World Aquaculture Society, Baton Rouge LA. 185-208 p.
- Losordo, T.M., Masser, M.P. and Rakocy, J. 1998. Recirculating aquaculture tank production systems: An overview of critical considerations. Southern Regional Aquaculture Center (SRAC). Publication No. 451. 6 p.
- López, C.I.L., Van Willigenburg, G. and Van Straten, G. 2003. Optimal control of nitrate in lettuce by a hybrid approach: differential evolution and ACW gradient algorithms. *Computers and Electronics in Agriculture* 40: 179-197.
- Lovell, T. 1989. *Nutrition and Feeding of Fish*. An AVI Book-Van Nostrand Reinhold, New York, NY, USA, 260 p.
- Lysenko, C. and Wheaton, F. 2006. Impact of positive ramp short term operating disturbances on ammonia removal by trickling and submerged upflow biofilters for intensive recirculating aquaculture. *Aquacultural Engineering* 35: 26-37.

- Machiels, M.A.M. and Henken, A.M. 1986. A dynamic simulation model for growth of the African catfish: *Clarias gariepinus* (Burchell 1822). I. Effect of feeding level on growth and energy metabolism. *Aquaculture* 56: 29-52.
- Manrique, L.A. 1990. Plant morphology of cassava during summer and winter. *Agronomy Journal* 82: 881-886.
- Marcelis, L.F.M. 1994a. A simulation model for dry matter partitioning in cucumber. *Annals of Botany* 74: 43-52.
- Marcelis, L.F.M. 1994b. Fruit and dry matter partitioning in cucumber. PhD Thesis. Wageningen University. Wageningen, The Netherlands 173 p.
- Marcelis, L.F.M. and Baan Hofman-Eijer, L.R. 1993. Effect of temperature on the growth of individual cucumber fruits. *Physiologia Plantarum*, Kobenhavn 87: 321-328.
- Martin, R. and Wertheimer, A. 1989. Adult production of chinook salmon reared at different densities and released as two small sizes. *Progressive Fish Culturist* 51:194-200.
- Martinez-Cordero, F.J. and Leung, P.S. 2004. Sustainable aquaculture and producer performance: measurement of environmentally adjusted productivity and efficiency of a sample of shrimp farms in Mexico. *Aquaculture* 241: 249-268.
- Masser, I. 1999. All shapes and sizes: the first generation of national spatial data infrastructures. *International Journal Geographical Science* 3: 67-84.
- McMurtry, M.R., Sanders, D.C., Patterson R.P. and Nash A. 1993. Yield of tomato irrigated with recirculating aquacultural water. *J. of Production Agriculture* 6: 428-432.
- van der Meer, M.B. and van Dam, A.A. 1998. Modelling growth of *Colossoma macropomum* (Cuvier): a comparison of an empirical and an explanatory model. *Aquaculture Research* 29: 313-332.
- Meyer, D.E. 1998. Introducción a la Acuicultura. Escuela Agrícola Panamericana, El Zamorano, Honduras 147 p.

- Nath, S.S., Bolte, J.P., Ernst, D.H. and Lannan, J.E. 1994. Decision support systems for pond aquaculture. In: Egna, H.S., Bowman, J., Goetze, B., Weidner, N. (Eds), Eleventh Annual Administrative Report. Pond Dynamics: Aquaculture CRSP, Oregon State University, Corvallis, OR, p. 108-124.
- Nelson R.L. 2007. *Acuaponia*. Nelson/Pade Multimedia. USA.
- Nelson, R.L. 2008. *Aquaponic food production: growing fish and vegetables for food and profit*. USA. 217 p.
- Okemwa, E. 2015. Challenges and opportunities to sustainability in aquaponics and hydroponics systems. *International Journal of Scientific Research and Innovative Technology* 2: 54-76.
- Palm, H.W., Seidemann, R., Wehofski, S. and Knaus, U. 2014. Significant factors affecting the economic sustainability of closed aquaponics systems. Part I: system design, chemo-physical parameters and general aspects. *AACL BIOFLUX. International Journal of the Bioflux Society* 7: 20-32.
- Pauly, D., Moreau, J. and Prein, M. 1988. A comparison of overall growth performance of tilapia in open waters and in aquaculture. In: *The Second International Symposium on Tilapia in Aquaculture*. ICLARM Conference Proceedings, Vol. 15 (ed. by R.S.V. Pullin, T. Bhukaswan, K. Tonguthai & J.L. Maclean), ICLARM, Manila, Philippines p. 469-479.
- Pauly D., Prein, M. and Hopkins K.D. 1993. Multiple regression analysis of aquaculture experiments based on the "extended Gulland-and-Holt plot": model derivation, data requirements and recommended procedures. In: *Multivariate Methods in Aquaculture Research: Case Studies of Tilapias in Experimental and Commercial Systems*, ICLARM Studies and Reviews, Vol. 20 (ed. by M. Prein, G. Hulata & D. Pauly), ICLARM, Manila, Philippines p. 13-23.
- Petrea, S.M., Cristea, V., Dediu, L., Contoman, M., Desimira, S.M., Antache, A., Tiberiu, C.M. and Placinta, S. 2014. Vegetable production in an integrated aquaponics system with stellate sturgeon and spinach matador-variety. *Animal science and biotechnologies* 47: 235-245.

- Pitcher, T.J. and Hart, P.J.B. 1982. *Fisheries Ecology*. Chapman & Hall, London, UK. 408 p.
- Poole, R.W. 1974. *An introduction to Quantitative Ecology*. McGraw-Hill, New York. 532 p.
- Popma, T. and Masser, M. 1999. *Tilapia: Life History and Biology*. SRAC Publication No. 283. Southern Regional Aquaculture Center. Texas A & M University, Texas, USA.
- Prein, M., Hulata, G. and Pauly, D. 1993. Multivariate methods in aquaculture research: case studies of tilapias in experimental and commercial systems. *ICLARM Studies and Reviews* p. 20-221.
- Pytlinski, J. and Krug, H. 1969. Modelling *Pelargonium zonale* response to various day and night temperatures. *Acta Horticulturae* 248: 75-84.
- Quinn, G.P. and Keough, M.J. 2002. *Experimental design and data analysis for biologists*. Cambridge University Press, London. 537 p.
- Rafail, S.Z. 1973. A simple and precise method for fitting a von Bertalanffy growth curve. *Marine Biology* 19: 354-358.
- Rakocy, J.E. 1989. Vegetable hydroponics and fish culture a productive interface. *J. World Aquaculture* 20: 43-47.
- Rakocy, J.E., Shultz, R.C., Bailey, D.S. and Thoman, E.S. 2004. Aquaponic production of tilapia and basil: comparing a batch and staggered cropping system. *Acta Horticulturae (ISHS)* 648: 63-69.
- Rakocy, J.E., Shultz, R.C., Bailey, D.S. and Thoman, E.S. 2005. Update on tilapia and vegetable production in the UVI aquaponics system. University of the Virgin Island. 16 p.
- Rakocy, J.E., Masser, M.P. and Losordo, T.M. 2006. *Recirculating Aquaculture Tank Production Systems: Aquaponics-Integrating Fish and Plant Culture*. Southern Regional Aquaculture Center: Stoneville, MS, USA. Publication 454: 1-16.
- Rakocy, J.E. 2012. *Aquaponics Integrating Fish and Plant Culture*. *Aquaculture Production Systems*. 344-386 p.

- Ramirez, A.A., López, C.I.L. and Rojano, A.A. 2001. Calibration of a Dynamic Lettuce Growth Model for a Soilless System in a Mild Climate. Proceedings of the fourth International Symposium on Mathematical Modelling and Simulation in Agricultural and Bio-Industries. Haifa, Israel. 8 p.
- Resh, H.M. 2004. Hydroponic Food Production. 6th ed. New Concept Press, Mahwah, NJ.
- Ricker, W.E. 1975. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. Bulletin of Fisheries Research Board of Canada. 382 p.
- Rojas, P., Pérez, M., Colinas, M., Sahagún, J. y Avitia, J. 2008. Modelos matemáticos para estimar el crecimiento del fruto de chile manzano (*Capsicum pubescens* R. y P.). Revista Chapingo. Serie horticultura 14: 289-294
- Ross, L. and McKinney, R. 1989. Production modelling. Aquaculture News, January 1989, 15.
- Ruiz-Velazco, J.M.J. 2010. Modelos bioeconomicos en acuicultura, con énfasis en la camaronicultura. Tema de examen predoctoral. Instituto Politécnico Nacional, Centro Interdisciplinario de Ciencias Marinas. 35 p.
- Ruiz-Velazco, J.M.J., Estrada-Pérez, M., Hernández-Llamas, A., Nieto-Navarro, J.T. and Peña-Messina, E. 2013. Stock model and multivariate analysis for prediction of semi-intensive production of shrimp *Litopenaeus vannamei* as a function of water quality and management variables: A stochastic approach. Aquacultural Engineering 56: 34-41.
- Saavedra-Martínez, M.A. 2006. Manejo del cultivo de tilapia. Facultad de Ciencia, Tecnología y Ambiente. Universidad Centroamericana. Managua, Nicaragua. [En línea, consulta: 2016]. http://pdf.usaid.gov/pdf_docs/PNADK649.pdf
- Savidov, N.A., Hutchings, E. and Rakocy, J.E. 2007. Fish and plant production in a recirculating aquaponic system: a new approach to sustainable agriculture in Canada. Acta Horticulturae 742: 209-222.
- Seginer, I., Buwalda, F. and Van-Straten, G. 1998. Nitrate concentration in greenhouse lettuce: a modeling study. Acta Horticulturae 456: 189-197.

- Schippers, P.A. 1980. Composition changes in the nutrient solution during the growth of plants in recirculating nutrient culture. *Acta Horticulturae* 98: 103-117.
- Scuderi, D., Giuffrida, F. and Noto, G. 2009. Effects of nutrient solution EC on yield, quality and shelf-life on lettuce grown in floating system. *Acta Horticulturae* 807: 221-226.
- Serna-Gallo, I., Ruiz-Velazco, J.M.J., Acosta-Salmón, H., Peña-Messina, E., Torres-Zepeda, G. y Saucedo-Pedro, E. 2014. Patrones de crecimiento y reproducción de la concha nácar, *Pteria sterna*, cultivada en un ambiente tropical de México: Implicaciones para el cultivo de perlas. *Ciencias marinas* 40: 75-88.
- Sikawa, D.C. and Yakupitiyage, A. 2010. The hydroponic production of lettuce (*Lactuca sativa* L.) by using hybrid catfish (*Clarias macrocephalus* × *C. gariepinus*) pond water: Potentials and constraints. *Agricultural Water Management* 97: 1317-1325.
- Somerville, C., Cohen, M., Pantanella, E., Stankus, A. and Lovatelli, A. 2014. Small-scale aquaponic food production. Integrated fish and plant farming. FAO Fisheries and Aquaculture Technical Paper No. 589. Rome, FAO. 262 p.
- Sparre, P. and Venema, S.C. 1992. Introduction to tropical fish stock assessment, Part 1-manual. FAO fisheries technical paper 306-1 rev. 1, FAO, Rome, Italy. 376 p.
- Springborn, R.R., Jensen, A.L., Chang, W.Y.B. and Engle, C. 1992. Optimum harvest time in aquaculture: an application of economic principles to a Nile tilapia, *Oreochromis niloticus* (L.), growth model. *Aquaculture and Fisheries Management* 23: 639-647.
- Sweeney, D.G., Hand, D.W., Slack, G. and Thornley, J.H.M. 1981. Modelling the growth of winter lettuce. In: *Mathematics in Plant Physiology*. Rose, D.A.; Charles-Edwards, A. (Eds.) Academic Press. London p. 217-229.
- Tadesse, A. 2007. The effect of stocking density and supplementary feeding on growth performance of Nile tilapia [*Oreochromis niloticus* (L.,1758)] in cage

- culture system in Lake Elen, Ethiopia. MSc Thesis, Addis Ababa University, Ethiopia.
- Timmons, M.B., Ebeling, J.M., Wheaton, F.W., Summerfelt, S.T. y Vinci, J. 2002. *Sistemas de Recirculación para la Acuicultura*. Editado por Fundación Chile. Santiago Chile p. 207-279.
- Tyson, R.V., Simone, E.H., Treadwell, D.D., White, J.M. and Simone, A. 2008. Reconciling pH for Ammonia biofiltration and cucumber yield in a recirculating aquaponic system with perlite biofilters. *Horticultural Science* 43: 719-724.
- Tyson, R.V., Simone, E., White, J.M. and Lamb, E.M. 2004. Reconciling water quality parameters impacting nitrification in aquaponics: the pH levels. *Proceedings of the Florida State Horticultural Society* 117: 79-88.
- Van Henten, E.J. 1994a. Validation of a dynamic lettuce growth model for greenhouse climate control. *Agricultural Systems* 45: 55-72.
- Van Henten, E.J. 1994b. Greenhouse climate management: an optimal control approach. PhD Thesis. Wageningen Agricultural University. Wageningen. The Netherlands. 329 p.
- Vasco, M.R. 2002. El cultivo del pepino bajo invernadero. In: *Técnicas de Producción en Cultivos Protegidos*, Tomo II. Caja Rural Intermediterránea, Cajamar. Almería, España p. 693-722.
- Verhagen, F.J.M., Hageman, P.E.J., Woldendorp, J.W. and Laanbroek, H.J. 1994. Competition for ammonium between nitrifying bacteria and plant roots in soil pots: effects of grazing flagellates and fertilization. *Soil Biology and Biochemistry* 26:89-96.
- Villarrell, M., Alvarino, J.M.R. and Duran, J.M. 2011. Aquaponics: Integrating fish feeding rates and ion waste production for strawberry hydroponics. *Spanish Journal of Agricultural Research* 9: 537-545.
- Vose, D. 2001. *Risk Analysis: a quantitative guide*. 2nd Edition. John Wiley & Sons, Chichester, West Sussex, UK. 752 p.
- Wheaton, F. W. 1982. *Acuicultura "Diseño y construcción de sistemas"*. A.G.T. Editor, S. A. México, D.F. 704 p.

- Wickins, J.F. 1983. Studies on marine biological filters: model filters. *Water Research* 17: 1769-1780.
- Wilkerson, G.G., Jones, J.W., Boote, K.J., Ingram, K.T. and Mishoe, J.W. 1983. Modelling soybean growth for crop management. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers* 26: 63-73.
- Wilson, A.L. 2004. "Aquaponics Research at RMIT University, Melbourne Australia", *Aquaponics Journal*, 4th Quarter, Issue 35: 18-24.
- Wortman, B. and Wheaton, F. 1991. Temperature effects on Biodrum nitrification. *Aquacultural Engineering* 10: 183-205
- Yi, Y. 1998. A growth model for Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) based on limiting nutrients and fish standing crop in fertilized ponds. *Aquacultural Engineering* 18: 157-173.
- Zar, J.H. 2010. *Biostatistical Analysis*, 5th Ed. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey. 960 p.
- Zweig, R. 1986. An Integrated fish culture hydroponic vegetable production system. *Aquaculture Magazine* 12: 34-40.